



Validity of the Econophysics “Two-Class” Theory of Income Distribution in Iran (2006-2016)

Roshanak Fani¹, Hossein Raghfar²

- 1. Ph.D. Candidate in Development Economics, Alzahra University, Tehran, Iran. E-mail: Roshanak.fani@gmail.com
- 2. Full Professor of Economics, Faculty of Social Science and Economics, Alzahra University, Tehran, Iran. (Corresponding Author) E-mail: Raghfar@alzahra.ac.ir

Abstract	Article information
This study evaluates the conformity of Iran’s income distribution with the Econophysics Two-Class Theory of income distribution (EPTC) using Household Expenditure-Income Survey data from 2006 to 2016. Through probability density functions (PDFs) and complementary cumulative distribution functions (CCDFs) it is demonstrated that Iran’s income structure follows A distinct dual structure: the lower class (97–99.7% of the population) adheres to an exponential Boltzmann-Gibbs distribution, indicating labor-driven income, while the upper tail (0.3–3%) follows a fluctuating Pareto power-law distribution, aligning with capital income. Methodologically, we employ log-linear CCDF scaling to verify the Boltzmann-Gibbs distribution for the majority population and log-log scaling to confirm the Pareto distribution for the elite segment. The thermal class maintains remarkable stability over time despite gradual increases in effective income temperature, whereas the power-law tail exhibits significant volatility. Key findings include the thermal equilibrium of the lower class—evidenced by normalized PDF convergence across years—and a sharp minimum wage-induced peak in its PDF. Notably, the PDF reveals a sharp narrow peak at lower income levels, attributable to government-mandated minimum wage policies.	Review History: Received: Apr. 19, 2024 Revised: May. 07, 2024 Accepted: June.05, 2024 Keywords: Income Distribution Econophysics Inequality Labor Income Capital Income JEL Classification: C46, D31, D33, O15 Corresponding Author: Roshanak.fani@gmail.com



Aim and Introduction

This paper examines the distribution of income in Iran from 2006 to 2016 and evaluates the validity of one of the latest economic theories concerning income distribution, namely, the Econophysics Two-Class Theory of Income Distribution (EPTC).

According to this model, income distribution generally comprises two classes. The lower class of this distribution, typically representing 97 to 99% of the society, follows the exponential (thermal) Boltzmann-Gibbs distribution, primarily driven by labor income. This distribution remains stable over time and undergoes minimal fundamental changes. Conversely, the income distribution of the upper class, constituting approximately 1 to 3% of society, follows the Pareto distribution, recognized as a superthermal distribution in econophysics. Notably, this distribution exhibits high variability over time, closely mirroring fluctuations in the stock market.

For this study, a review of the theoretical literature on the statistical distribution of income is conducted, tracing its evolution from Pareto's initial attempts to the formulation of the two-class distribution of income. In the methodology section, emphasis is placed on delineating the characteristics of two Probability Density Functions (PDFs) and Complementary Cumulative Distribution Functions (CCDFs) associated with exponential and Pareto distributions. The methodology elaborates on the approach to detecting income distribution patterns within the framework of the aforementioned theory. Subsequently, in the data and findings section, an examination of the income data spanning the specified time period in Iran is undertaken. The section meticulously explores the compatibility of these data with the EPCT, offering detailed discussions on the observed patterns and their alignment with the theoretical framework. Finally, the implications of the EPCT are elucidated, and the paper's conclusions are presented in the concluding remarks section.

Methodology

In complex systems concluding big data or complex models, alternative approaches beyond conventional statistical tests may be employed to estimate distributions. Visual inspection and descriptive analysis, facilitated by histograms and distribution charts, serve as effective tools for approximating distributions without relying on statistical tests. The selection of distributions is informed by theoretical considerations that align with the underlying characteristics of the system. These alternative methods offer practicality and informativeness, particularly in scenarios where traditional statistical assumptions may not hold or when dealing with extensive and unconventional data. The present article adopts this methodological approach to analyze income distribution in Iran.

The initial step involves drawing the histogram and probability density function (PDF). The shape of the histogram guides the identification of distribution. Given the potential complexity arising from large datasets, and the ambiguity that may arise from visual inspection of merely the PDF, a Complementary Cumulative Distribution Function (CCDF) plot serves as a valuable aid. Subsequently,

following the first step and the selection of candidate theoretical distributions, the CCDFs are plotted to ascertain the optimal fit with the experimental data distribution. Consequently, the combined use of PDF and CCDF serves as indispensable tools for delineating annual income distribution patterns.

The resemblance between the graphs of the PDF for both exponential and Pareto distributions on a linear-linear scale poses challenges in distinguishing between these distributions. Similarly, the CCDF curve lacks clarity on a linear-linear scale due to this similarity. However, employing a logarithmic-linear scale to plot the survival function related to the data of the lower part of society proves beneficial, as it reveals a smooth line representative of the exponential Boltzmann-Gibbs law. Similarly, plotting the survival function for the upper part of the society on a logarithmic-logarithmic scale serves to elucidate the Pareto power law. Consequently, plotting the survival function for the entire dataset on a logarithmic-logarithmic scale, as per the hypothesis of the EPTC, should unveil two distinct segments: exponential and Pareto.

Findings

The data utilized in this study were derived from the raw tables pertaining to the household expenditure-income (budget) plan, annually published by the Statistical Center of Iran. Specifically focusing on data sourced from the urban population, which constituted approximately three-quarters of the total population during the study period. Data preparation commenced with the meticulous removal of zero and negative values, followed by deflation adjustments based on the consumer price index. Subsequently, data normalization was conducted utilizing the slope of the line of the CCDF for the lower part of the dataset, plotted on a logarithmic-linear scale for each year. This normalization process was initiated based on the initial estimate of the border income, set at the 99.7th percentile. Finally, an appropriate binning strategy was selected, with a uniform value of 0.4 ($\Delta r \approx 0.4T$) applied to all data subsequent to the initial 0.2 portion.

Plotting the PDF of the income pertaining to the lower class of the society across three scales—linear-linear, logarithmic-linear, and logarithmic-logarithmic—alongside the fitting line of the exponential distribution function for the year 2016 revealed a notable alignment, indicative of a robust fit with the theoretical exponential distribution.

Alternatively, the survival function chart was employed to analyze the income distribution among the upper class of society. Presenting this data graphically across three scales—linear-linear, logarithmic-linear, and logarithmic-logarithmic—for the entirety of 2016 underscored two key findings. Firstly, the tail-end distribution of income follows the Pareto distribution. Secondly, and of paramount significance, these graphical representations unequivocally affirmed the appropriateness of dividing the dataset into two distinct segments.

Plotting the PDF for the 11-year period revealed that the data pertaining to the lower part of the society, representing 99.7% of the total population, converged onto a singular curve following normalization across the entire duration under study. Subsequently, depicting the survival functions for the aforementioned 11-

year time frame in a unified graph, utilizing both logarithmic-linear and logarithmic-logarithmic scales, served as a more definitive validation of the two-class theory of income distribution.

Discussion and Conclusion

The analysis of income data in Iran from 2006 to 2016 reveals a distinct two-class structure in the country's income distribution.

Firstly, the lower class, encompassing approximately 97 to 99.7% of the population, follows the exponential Boltzmann-Gibbs distribution, primarily driven by labor income. This statistical distribution reflects a cumulative process characterized by a constant rate of decrease, as indicated by the exponential distribution's parameter. The consistency observed in the exponential fit graphs of the survival function and data histogram across different years suggests the stability of income distribution within the lower class over time. This stability parallels thermal equilibrium in physics, suggesting that the majority of the population is in a stable equilibrium. Notably, the high-resolution histogram of the PDF reveals a sharp and narrow peak at low incomes, attributed to governmental policies such as the imposition of minimum wage regulations.

Conversely, the upper class, constituting approximately 0.3 to 3% of the population, follows a Pareto distribution, predominantly influenced by capital income. However, unlike the lower class, the distribution of income within this part does not align along a single line in the power law segment. This part undergoes discernible fluctuations from year to year, indicating instability within this economic sector. These fluctuations are attributed to the variability of capital income.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

سنجش اعتبار نظریه اقتصاد - فیزیکی توزیع دوطبقه‌ای درآمد در ایران: (بررسی بازه ۱۳۹۵-۱۳۸۵)

روشنک فانی^۱، حسین راغفر^۲ 

Roshanak.fani@gmail.com

۱. دانشجوی دکتری رشته اقتصاد توسعه، دانشگاه الزهراء، تهران، ایران

Raghfar@alzahra.ac.ir

۲. استاد تمام اقتصاد، دانشگاه الزهراء، تهران، ایران (نویسنده مسئول)

چکیده	اطلاعات مقاله
هدف از نگارش این مقاله، سنجش تطابق نظریه اقتصاد - فیزیکی توزیع دوطبقه‌ای درآمد با داده‌های درآمدی ایران طی بازه زمانی ۱۳۸۵-۱۳۹۵ است. با استفاده از داده‌های طرح هزینه-درآمد (بودجه) خانوار و به روش تحلیل داده‌ها از طریق ترسیم دو تابع چگالی احتمال و تابع توزیع تجمعی مکمل، نشان داده شده است که توزیع درآمد در ایران، ساختاری دوطبقه‌ای دارد و برای ۹۷-۹۹ درصد پایینی جمعیت طی این زمان، به خوبی با توزیع بولتزمن-گیس نمایی برازش می‌شود؛ درحالی‌که دنباله انتهایی توزیع که مربوط به ۳-۰/۳ درصد بالایی است، از توزیع قانون-توانی پاره‌تو پیروی می‌کند. همچنین نشان داده شده است که صرف‌نظر از افزایش تدریجی دمای مؤثر (میانگین درآمد)، بخش ترمال طی زمان مانا است، درحالی‌که دم انتهایی مدام در نوسان است؛ و این دو طبقه، به ترتیب، مطابق است با خصلت درآمد حاصل از کار و سرمایه. در بافت نگار با دقت بالا، یک پیک باریک و تیز نمایان شد که استدلال می‌شود، نتیجه سیاست دولتی وضع حداقل دستمزد است.	تاریخچه داوری: دریافت: ۱۴۰۳/۰۱/۳۱ بازنگری: ۱۴۰۳/۰۲/۱۸ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶
	کلمات کلیدی: توزیع درآمد اقتصاد - فیزیک نابرابری درآمد حاصل از کار درآمد حاصل از سرمایه
	طبقه‌بندی JEL: C46, D31, D33, O15
	نویسنده مسئول: Raghfar@alzahra.ac.ir

۱. مقدمه

نابرابری بین ملت‌ها و درون آن‌ها، از مهم‌ترین شاخص‌های توصیفی برای عملکرد سیاست‌های اقتصادی توسعه‌محور است. سنجش میزان نابرابری در قیاس با گذشته (نه صرفاً به‌طور مطلق) ارزیابی‌ای کلی دربارهٔ مسیر طی‌شده به‌دست می‌دهد. مطابق با تحقیقات پایگاه داده‌های نابرابری جهانی^۱، طی چهار سال اخیر، جهان از منظر توزیع ثروت و درآمد نابرابرتر شده است. پس از سه دهه جهانی‌سازی سرمایه‌تجاری و مالی، نابرابری‌های جهانی به‌تقریب همان‌قدر بزرگ است که در زمان اوج امپریالیسم غربی در اوایل سدهٔ بیستم بود. هرچند نابرابری بین کشورها از زمان پایان جنگ سرد کاهش یافته (که البته این نیز عمدتاً به‌سبب افزایش استانداردهای زندگی در چین بوده است)، اما نابرابری درون اغلب کشورها افزایش یافته و این امر، متعاقب همه‌گیری کووید و طی دو سال اخیر، بسیار افزایش یافته است.

تمرکز جهانی ثروت شخصی بسیار بالا است. ۱۰ درصد از ثروتمندترین افراد بزرگسال در جهان، مالک ۶۰ تا ۸۰ درصد کل ثروت هستند، در حالی که فقیرترین‌ها، چیزی کمتر از ۵ درصد کل ثروت را در اختیار دارند (شَنل^۲، ۲۰۲۲). به بیانی باز هم روشن‌تر، ۱ درصد از بزرگسالان جهان، مالک ۴۵ درصد تمامی ثروت شخصی هستند، در حالی که سه میلیارد نفر مالک هیچ چیزی نیستند (شارکس و همکاران^۳، ۲۰۲۲).

هرچند نابرابری توزیع درآمد، به‌اندازهٔ نابرابری ثروت ژرف نیست، اما در این مورد نیز به هیچ عنوان با تصویری مطلوب روبرو نیستیم. بنابر گزارش یادشده، ۱۰ درصد ثروتمندترین افراد جهان در حال حاضر، ۵۲ درصد درآمد جهان را به‌خود اختصاص می‌دهند، در مقایسه با تنها ۸ درصد برای نیمهٔ فقیر جهان. به بیانی باز هم روشن‌تر، به‌طور میانگین فردی از ۱۰ درصد بالایی توزیع جهانی درآمد حدود ۱۲۲۱۰۰ دلار و فردی از نیمهٔ فقیر توزیع جهانی درآمد فقط ۳۹۲۰ دلار در سال درآمد کسب می‌کند (شَنل^۲، ۲۰۲۲).

در ایران نیز مطابق با آخرین گزارش پایگاه داده‌های نابرابری جهان (۲۰۲۲)، در سال ۲۰۲۰ سهم ۱۰ درصد بالایی جمعیت از کل درآمد، ۵۲/۴ درصد است، در حالی که سهم ۵۰ درصد پایینی تنها ۱۲/۸ درصد از کل درآمد است. اینجا نیز توزیع ثروت نابرابری شدیدتری را نسبت به توزیع درآمد نشان می‌دهد. سهم ۱۰ درصد بالایی از کل ثروت برابر است با ۶۲ درصد، که از این رقم ۲۸/۵ درصد تنها متعلق به ۱ درصد بالاترین است. در حالی که سهم ۵۰ درصد پایینی از کل ثروت ایران تنها ۳/۴ درصد تخمین زده شده است. سازمان ملل در گزارش توسعه انسانی سال ۲۰۲۲ متوسط

1. World Inequality Database (WID)
2. Chancel (2022)
3. Shorrocks et al. (2022)

ضریب جینی ایران بین سال‌های ۲۰۱۰ تا ۲۰۲۱ را ۴۰/۹ اعلام کرده است؛ در حالی که نابرابری شدید ثروت وعدهٔ تشدید نابرابری درآمد در آینده را نیز می‌دهد.

نخستین گام برای اتخاذ هر تدبیر صحیح سیاستی، دیدن درست حقیقت است؛ به شکلی که شمه‌ای از آن در بالا ارائه شد. درک توزیع ثروت و درآمد، بینش‌هایی را در مورد نابرابری در یک جامعه و تأثیر بالقوه آن بر رشد و توسعه اقتصادی ارائه می‌دهد (آلسینا و پروت، ۱۹۹۶). این امر، به سیاست‌گذاران کمک می‌کند تا اثربخشی سیاست‌های اقتصادی را ارزیابی کرده و مداخلات هدفمندی را برای کاهش فقر و ترویج رشد فراگیر طراحی کنند. از منظر غیراقتصادی نیز، بررسی توزیع ثروت و درآمد می‌تواند اطلاعاتی در مورد انتقال بین نسلی ثروت، موقعیت اجتماعی و انباشت دارایی برای نسل‌های آینده ارائه دهد. تجزیه و تحلیل توزیع ثروت، این امکان را به ما می‌دهد تا پویایی‌های اقتصادی و اجتماعی جامعه را درک، و سیاست‌هایی را طراحی کنیم که بتواند جامعه‌ای عادلانه‌تر رقم زند (چاکرابارتی و همکاران، ۲۰۱۳).

بررسی اثرگذاری سیاست‌ها، بررسی پویایی‌های ضریب جینی و دیگر اقداماتی که بر روی توزیع درآمد بنا می‌شوند، در وهلهٔ نخست، وابسته‌اند به تعیین توزیعی که بیشترین توضیح‌دهندگی را برای داده‌های درآمدی جامعه مورد نظر دارد. با وجود تلاش‌های بسیاری که طی یک سده گذشته انجام شده است، همچنان اجماعی دربارهٔ توزیعی که طیف کامل داده‌های درآمدی را برازش کند، وجود ندارد. به این ترتیب، جستجو برای یافتن توزیع مناسب همچنان ادامه دارد. نظریهٔ توزیع دو طبقه‌ای درآمد، چنین تلاشی است. این نظریه به دو لحاظ نسبت به توزیع‌های دیگر برتری دارد. نخست به لحاظ تجربی که تطابق بالایی آن با داده‌های کشورهای مختلف در مطالعات بسیاری نشان داده شده است (نک: بنرجی و همکاران، ۲۰۰۶ و تائو و همکاران، ۲۰۱۹). وجه دوم و مهم‌تر، بنیان نظری ارائه شده برای آن است. بر اساس این بنیان، ادعا می‌شود که توزیع درآمد بین افراد جامعه بازتاب توزیع درآمد بین عوامل اساسی تولید (کار و سرمایه) است (شیخ، ۲۰۱۸). به این ترتیب، نوسانات نابرابری درون جامعه نیز بازتاب تغییرات در سهم این دو عامل از درآمد و ثروت است. بنابراین هر گونه سیاستی که بنای کاهش نابرابری را داشته باشد، ضرورت دارد که بر تغییر توازن موجود میان سهم کار و سرمایه از درآمد تمرکز کند.

از این رو در این مقاله، به توزیع درآمد در ایران طی بازهٔ زمانی ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۵ پرداخته شده و صحت یکی از جدیدترین نظریه‌های اقتصادی دربارهٔ توزیع درآمد، یعنی نظریهٔ اقتصاد - فیزیکی

1. Alesina and Perott (1996)
2. Chakrabarti et al. (2013)
3. Banerjee et al. (2006)
4. Tao et al. (2019)
5. Shaikh (2018)

توزیع دو طبقه‌ای درآمد، بررسی شده است. با این هدف در گام بعد، به‌طور مختصر تاریخ ادبیات نظری موجود درباره توزیع آماری درآمد، از نخستین تلاش به‌دست پاره‌تو^۲ تا توزیع دوطبقه‌ای درآمد مرور شده است. بی شک درک کامل این بخش، نیازمند آشنایی با زمینه کلی بحث است. سپس در بخش روش پژوهش، با تمرکز بر ویژگی‌های دو تابع چگالی احتمال^۳ و توزیع تجمعی مکمل^۴ برای توزیع‌های نمایی و پاره‌تو، روش تشخیص توزیع درآمد در بستر نظریه یاد شده، شرح داده شده است. در گام بعد، در بخش داده‌ها و یافته‌های پژوهش، داده‌های بازه زمانی یاد شده در ایران، بررسی شده و به‌طور مفصل درباره تطابق این داده‌ها با نظریه اقتصاد - فیزیکی توزیع دوطبقه‌ای درآمد، بحث، و در نهایت، دلالت‌های این نظریه به‌همراه یافته‌های مقاله در بخش جمع‌بندی، ارائه شده است.

۲. ادبیات و پیشینه پژوهش

نابرابری در توزیع درآمد، علاوه بر اینکه بخشی از نابرابری اقتصادی را تشکیل می‌دهد، تقویت‌کننده آن نیز هست و به همین سبب، می‌توان گفت که یکی از مهم‌ترین انواع نابرابری برای انتخاب سیاست‌ورزی اقتصادی است. برای بررسی نابرابری درآمدی، به مفهوم توزیع درآمد احتیاج داریم. توزیع درآمد، چهارچوبی تحلیلی است که امکان ارائه تصویری کلی از چگونگی تخصیص محصول داخلی کشور بین مردم را فراهم می‌کند. به دلیل تعاملات پیچیده و متقابل نیروهای متعددی که توزیع درآمد را تعیین می‌کنند، ارائه مدلی که از پیچیدگی‌های غیرضروری اجتناب کند، همواره در ادبیات اقتصادی بسیار چالش‌برانگیز بوده و هست.

ویلفردو پاره‌تو نخستین کسی بود که به این موضوع پرداخت. او در مقاله‌ای پیش‌تاز که به سال ۱۸۹۷ نوشت، نشان داد که در بسیاری از کشورها، تعداد افرادی که درآمدشان از یک مقدار مشخص (برای نمونه x) بالاتر است را می‌توان با استفاده از تابعی توانی^۵ برآورد کرد $Cx^{-\alpha}$, $\alpha > 0$, $C \in \mathbb{R}$. بنا بر ادعای او، این تابع توانی در تمامی کشورها به‌شکلی همیشگی و برای تمام افراد جامعه صادق است (آرنولد، ۲۰۱۵)؛ فرضیه‌ای که به قانون پاره‌تو شهره شد. نتایج تحقیقات بعدی، نشان داد که این تقریب، تنها برای درآمدهای بالایی جامعه (دنباله بالایی توزیع درآمد) قابل قبول است. به این ترتیب، رفتار پاره‌تویی دنباله تنها به درآمدهایی که از یک حد مشخص بالاتر بودند، نسبت داده شد (توابع احتمال توزیع پاره‌تو در بخش بعد ترسیم شده‌اند).

1. Econophysics "Two-Class" Theory of Income Distribution (EPTC)
2. Vilfredo Pareto (1848-1923)
3. Probability Density Function (PDF)
4. Complementary Cumulative Distribution Function (CCDF)
5. Power Law
6. Arnold (2015)

شیراز^۱، از تندوتیزترین منتقدان قانون پاره‌تو، نشان داد که وقتی منحنی لگاریتم درآمد را در مقابل لگاریتم تابع احتمال بقا^۲ ترسیم می‌کنیم، برخلاف پیش‌بینی پاره‌تو، «نقاط حتی به‌طور نسبی و تقریبی نیز بر خطی مستقیم [که تأییدی است بر توزیع پاره‌تو] قرار نمی‌گیرد». وی از این شواهد که از داده‌های درآمدی هند به دست آمده بود، نتیجه گرفت که: «در عمل قانون پاره‌تو وجود ندارد و زمان آن است که به کلی از ادبیات توزیع درآمد حذف شود» (شیراز، ۱۹۳۵: ۶۸۰-۶۷۹).

مندلبرت^۳، منتقد ملایم‌تر پاره‌تو، نشان می‌دهد که نقاط بر روی خطی به‌تقریب سهمی‌گون جای می‌گیرند که انحراف آن از حالت خطی، به‌شدتی که شیراز مدعی بود، نیست. به این قرار، پیشنهاد او قانون ضعیف پاره‌تو بود که تنها به‌شکلی مجانبی برای درآمدهای بالا صادق است (مندلبرت، ۱۹۶۰). بنابراین، قانون پاره‌تو برای توصیف توزیع درآمد در بیشینه پایینی جمعیت کاربرد چندانی ندارد، هرچند شواهد تجربی عموماً تأیید می‌کند که دنباله بالایی توزیع درآمد از رفتار پاره‌تویی پیروی می‌کند (نک: هند: چمبرنون و چمبرنون^۴، ۱۹۵۳؛ ژاپن: فوجی‌مارا و همکاران^۵، ۲۰۰۸؛ سوما و همکاران^۶، ۲۰۰۵؛ ایتالیا: کلمنتی و گالکاتی^۷، ۲۰۰۵؛ آلمان، بریتانیا و آمریکا: گالکاتی و کلمنتی، ۲۰۰۵).

مبثنی بر توافق عمومی بر سر نوع توزیع آماری این بخش از جمعیت که درآمدهای بالا به آن اختصاص دارد، اکنون عموماً، مسئله به تخمین شاخص پاره‌تویی (به عنوان معیاری برای نابرابری درآمد)، یعنی α در صورت‌بندی ریاضیاتی بالا بازمی‌گردد، نه به مناسب بودن یا نبودن برازش پارتویی. اما درباره بیشینه جمعیت که قانون پاره‌تویی توزیع درآمد برای آن صادق نیست، فهم نحوه توزیع درآمد، همچنان محل مجادله است. توزیع‌های آماری بسیاری در مقام جایگزین برای توزیع توانی پاره‌تو پیشنهاد شده‌اند: توزیع با چولگی مثبت^۸ (گیبرا^۹)، لاگ-نرمال^{۱۰} (کالکی^{۱۱}) و توانی (چمبرنون)، نمونه‌هایی از آن‌ها هستند (به پیوست مراجعه کنید).

1. George Findlay Shirras (1885-1955)
2. Survival Function
3. Benoît Mandelbrot (1924-2010)
4. Champernown and Champernown (1953)
5. Fujiwara et al. (2008)
6. Souma et al. (2005)
7. Clementi and Gallegati (2005)
8. Positively Skewed Distribution
9. Gibrat
10. Log-normal
11. Michal Kalecki (1899-1970)

گیرا به سال ۱۹۳۱ با پیش نهادن قانون اثر متناسب^۱ در توضیح رشد و توزیع درآمد، مدعی می‌شود که تغییر در درآمد در هر نقطه از زمان، نسبتی تصادفی با درآمد در نقطه زمانی قبلی دارد. این قانون از یک سو، منجر به پیروی از توزیعی با چولگی مثبت می‌شود و از سوی دیگر، بر افزایش نابرابری در آمد به‌طور نامحدود در طول زمان دلالت دارد. هر چند داده‌های تجربی از این مدل نیز حمایت نمی‌کند (چاکرابارتی و همکاران، ۲۰۱۳). در مقابل گیرا، مدل کالکی نشان می‌دهد که عوامل اقتصادی، نقش مهمی در شکل‌دهی توزیع درآمد دارند و تمایل ذاتی برای افزایش نابرابری وجود ندارد. در مدل او، واریانس درآمد در طول زمان توسط عوامل اقتصادی ثابت نگه‌داشته می‌شود و در شرایط خاصی، توزیع لاگ-نرمال برای برآورد مناسب است (کالکی، ۱۹۴۵).

مدل پیشنهادی چمبرنون، توزیع درآمد را بر اساس زنجیره مارکوف توضیح می‌دهد. یافته اصلی این مدل، آن است که توزیع درآمد به یک توزیع تعادلی^۲ همگرا می‌شود که مستقل از توزیع اولیه است. این توزیع تعادلی، اغلب از توزیع توانی پیروی می‌کند که دُم بالایی آن شبیه توزیع پاره‌تو است. این بدان معنا است که درصد کمی از افراد بخش بزرگی از کل درآمد را در اختیار دارند (چمبرنون، ۱۹۵۳).

ارائه الگوهایی متمایز برای توزیع درآمد در وسط و دنباله بالایی توزیع، از نیمه قرن گذشته پذیرشی عمومی را به همراه داشته است. بسیاری با حذف دنباله بالایی یا پایینی توزیع درآمدی، تلاش برای استخراج توزیعی یکتا را در دستور کار قرار دادند که بتواند طیف گسترده‌ای از درآمد را شامل شود. در این میان، اقتصاددانان معمولاً توزیع توانی (لوی و سولمن، ۱۹۹۷) یا لاگ-نرمال (جینی، ۱۹۲۱؛ مونترل و شلیسینگر، ۱۹۸۲) را پیشنهاد می‌کردند، در حالی که آماردانان، توزیع گاما را ترجیح می‌دادند (هگ و همکاران، ۲۰۱۹). برای هر مورد، مطالعات بسیاری وجود دارد که در رد یا تأیید آن ارائه شده، اما به سبب تطابق ناکامل داده‌ها با تمامی این مدل‌ها، مناقشه همچنان ادامه دارد و اجماعی شکل نگرفته است.

در واقع، رجحان یک توزیع نسبت به مابقی، به مدل بستگی داشته و امری سوژکتیو است؛ هرچند مواردی همچون اصل پارسیمونی^۶ می‌تواند به کمک محقق بیاید. به هر روی در این مناقشه، انتخاب یک توزیع، لزوماً به معنای رد دیگر توزیع‌ها نبوده است. همین امر، محققان را بر آن داشته تا تلاش برای یافتن توزیعی بهتر را متوقف نکنند.

۱. قانون اثر متناسب (law of proportionate effect) دلالت دارد بر اینکه نرخ رشد متناسب یک بنگاه، از اندازه مطلق آن مستقل است که این امر سبب می‌شود، توزیع اندازه بنگاه از توزیع لاگ-نرمال پیری کند.

2. Equilibrium Distribution

3. Levy and Solomon (1997)

4. Montroll and Shlesinger (1982)

5. Hogg et al. (2019)

6. Principle of Parsimonious

به تازگی برخی از اقتصادفیزیک‌دانان، شیوه‌ای نوین که به «نظریه اقتصادفیزیک درباره توزیع دوطبقه‌ای درآمد» شهره است را برای پاسخ به مسئله، پیش‌نهاددهاند (دراگولسکو و یاکونکو، ۲۰۰۱). بنیان نظری این فرضیه، بر رویکرد سینتیک^۲ استوار است. یاکونکو و روسر^۳ (۲۰۰۹)، در مقاله‌ای با عنوان مکانیک آماری پول، استدلال می‌کنند که توزیع احتمال پول، همچون توزیع انرژی در فیزیک آماری، در یک سیستم بسته - از - عامل‌ها، از تابع نمایی بولتزمن-گیبس^۵ پیروی می‌کند. فرضیه آن‌ها درباره توزیع درآمد نیز در پیوند با این ادعا طرح می‌شود. آن‌ها استدلال می‌کنند که درآمدهای حاصل از کار، به‌طور تخمینی از توزیع نمایی (ترمال^۶) پیروی می‌کند، درست همانند توزیع افزایش تدریجی دمای مؤثر^۷ ذخیره شده در توزیع بولتزمن-گیبس؛ در حالی که درآمدهای حاصل از سرمایه از توزیع پاره‌تو (سوپرترمال^۸) پیروی می‌کند. البته درآمدهای شخصی منفرد، ممکن است شامل هر دو نوع درآمد باشد؛ اما معنادار است اگر بگوییم که در سطوح پایین درآمدی، نوع اول غالب است و در سطوح بالا، نوع دوم. این مطالعه، شواهد تجربی درخوری را از آمریکا طی بازه زمانی ۱۹۸۳ تا ۲۰۰۱ ارائه می‌دهد که طبق آن، ۹۷ تا ۹۹ درصد پایینی توزیع درآمد شخصی کمابیش نمایی است و ۱ تا ۳ درصد بالایی، کمابیش پاره‌تو. به این ترتیب، کل طیف توزیع درآمد در دو طبقه کلی، یعنی درآمد حاصل از کار و درآمد حاصل از سرمایه، جای می‌گیرد که هر یک، از توزیعی مشخص پیروی می‌کند.

در مطالعه‌ای دیگر، سیلوا و یاکونکو^۹ (۲۰۰۴)، از تطابق داده‌های سال‌های مختلف در بخش نمایی توزیع نتیجه می‌گیرند که این بخش طی زمان، بسیار باثبات است. این امر، دلالت بر این دارد که بیشینه جمعیت در تعادلی پایدار قرار دارند، درست مانند تعادل ترمال در فیزیک. از سوی دیگر، نقاط بخش توانی توزیع در خطی یکتا، بر هم منطبق نمی‌شوند. این بخش، به‌طور مشخص سال به سال تغییر کرده است و در تعادلی پایدار قرار ندارد. در واقع، دلیل آن، نوسان درآمدهای حاصل از سرمایه متعاقب نوسان‌های بازار سهام است. در فیزیک نیز غالباً توزیع انرژی در ساختاری دوبخشی مشاهده می‌شود، که بخش پایینی، توزیع «ترمال» و بخش بالایی، توزیع «سوپرترمال» نامیده می‌شود.

1. Drăgulescu and Yakovenko (2001)

2. Kinetic

3. Yakovenko and Rosser (2009)

4. Closed System of Agents

۵. توزیع بولتزمن-گیبس (Boltzmann-Gibbs)، تابع احتمالی است در فیزیک آماری که احتمال قرار گرفتن یک سیستم متشکل از بی‌شمار ذرات در یک حالت مشخص را به‌عنوان تابعی از انرژی و دمای سیستم ارائه می‌دهد.

6. Thermal

7. Effective Temperature

8. Superthermal

9. Silva and Yakovenko (2008)

در امتداد این رویکرد، شیخ (۲۰۱۸)، فرضیه توزیع دوطبقه‌ای درآمد را در مقیاسی جهانی ارزیابی می‌کند. در این مطالعه، او مبتنی بر مطالعه آلواردو و همکاران (۲۰۱۳)، درآمدهای طبقه بالا را شامل سود، پاداش، بهره، رانت، و ترقی بهای سرمایه برمی‌شمارد و افزایش چشمگیر نسبت سود به مزد که از دهه ۱۹۸۰ آغاز شده است را مبنایی مادی برای افزایش سریع نابرابری درآمد کل معرفی می‌کند. در واقع، این همان چیزی است که استدلال گروه یاکونکو نشان می‌دهد.

به این ترتیب، مزیت‌های این نظریه نسبت به پیشنهادهای دیگر، به قرار زیر است. نخست، آنکه کل طیف درآمدی را پوشش می‌دهد. دوم، بنیان نظری آن است. این نظریه، مدعی است که درآمد بخش عظیم جامعه که حاصل از کار است، به این دلیل که مطابق با فرایندی حاصل جمعی انتشار می‌یابد، توزیعی نمایی را برمی‌سازد. همچنین درآمد بخش بالایی که با توزیع پاره‌تو برآزش می‌شود، حاصل از سرمایه است و درآمد حاصل از سرمایه، از آن جهت که انتشاری حاصل‌ضربی دارد، توزیعی قانون-توانی را تشکیل می‌دهد. تأیید این فرضیات، به معنای بازگشت به استدلال اقتصاد کلاسیک است؛ چراکه واحد تحلیلی این رویکرد، دو عامل اساسی تولید در جامعه، یعنی کار و سرمایه است.

از این رو، پیشنهاد انتخاب توزیع نیز تصادفی نبوده و مبتنی بر بنیان نظری اقتصاد کلاسیک است. افزون بر این موارد، نظریه با تأکید بر ثابت بودن ضریب جینی توزیع نمایی (دراگولسکو و یاکونکو، ۲۰۰۱)، نشان می‌دهد که نابرابری جامعه، تنها به سهم درآمد دنباله بالایی پاره‌تویی از کل درآمد بستگی دارد. سنجش این ادعا از طریق بررسی همبستگی نوسان‌های ضریب جینی، با این سهم انجام می‌شود. نتیجه سیاستی این ادعا، چنین خواهد بود: سیاست‌هایی که توجه آن‌ها معطوف است به کاهش سهم سرمایه، و یا افزایش سهم کار، تنها سیاست‌هایی است که می‌تواند به‌طور مؤثر نابرابری را در جامعه کاهش دهد.

۳. روش پژوهش

پیش از آغاز کار و در مقام مقدمه، باید به یک نکته اشاره کرد. تحلیل‌های آماری مبتنی بر مدل‌ها هستند و تمامی مدل‌ها صرفاً تلاش‌هایی با هدف ساده‌سازی دنیای واقعی‌اند. درست است که برای تقریب توزیع‌های نظری، می‌توان از آزمون‌های آماری متعددی استفاده کرد، اما انتخاب بهترین مدل مسئله‌ای صرفاً آماری نیست، بلکه انتخابی است با توجه به مدل. این امر به‌طور ویژه، در نمونه‌های بسیار بزرگ اهمیت دارد، چرا که در این حالت، آزمون می‌تواند آنقدر قدرت داشته باشد که انحراف‌های بی‌اهمیت داده‌ها از توزیع نظری پیشنهادی را به‌گونه‌ای ببیند که نتایج آماری قابل توجهی ایجاد کند. برای نمونه، حتی زمانی که داده‌ها از توزیع پیشنهادی پیروی می‌کنند، این انحرافات

می‌تواند سبب کمتر شدن مقدار احتمال^۱ از سطح معنی‌داری شود (واریان^۲، ۲۰۱۴: ۴-۳). بنابراین نتیجه‌گیری نهایی، می‌باید با لحاظ تمامی این جوانب گرفته شود و این مهم بر عهده محقق است. در سیستم‌های پیچیده، به‌ویژه زمانی که با مجموعه داده‌های بزرگ مقیاس یا مدل‌های پیچیده سروکار داریم، ممکن است از روش‌ها و تکنیک‌های دیگری فراتر از آزمون‌های آماری سنتی برای تخمین توزیع استفاده شود. دسته نخست، مربوط است به تکنیک‌های برازش مدل مانند حداکثر درست‌نمایی، رگرسیون حداقل مربعات یا روش‌های بیزی برای تخمین پارامترهای توزیع (کوان^۳، ۱۹۹۸). دسته دوم شامل شبیه‌سازی یا روش‌های محاسباتی است. در این روش، با استفاده از الگوریتم‌ها، داده‌ها را بر اساس توزیع‌ها یا مدل‌های فرضی تولید می‌کنند. سپس با مقایسه خروجی این شبیه‌سازی‌ها با داده‌های مشاهده شده، و بدون انجام آزمایش‌های آماری صریح، می‌توان استنباط کرد که توزیع مورد نظر، تا چه حد به داده‌ها تقریب می‌کند (ماریا^۴، ۱۹۹۷).

همچنین بررسی بصری و تجزیه و تحلیل توصیفی در تقریب توزیع این سیستم‌ها بسیار کارا است. این کار از طریق ترسیم بافت‌نگاشت و باقی نمودارهای توزیع، و بدون انجام آزمون‌های آماری مرسوم، صورت می‌گیرد. در دسته سوم، رویکردهای اکتشافی جای می‌گیرند که مبتنی است بر دانش تخصصی در حوزه مورد نظر. در این رویکردها ملاحظات نظری، به‌جای آزمون‌های آماری مرسوم، به انتخاب و اعمال توزیع‌هایی کمک می‌کند که بر اساس ویژگی‌های سیستم مورد مطالعه، نمایش معقولی از داده‌ها تلقی می‌شوند. در سیستم‌های پیچیده که ممکن است مفروضات آماری سنتی معتبر نباشند یا مجموعه داده‌ها گسترده و غیرمتعارف است، این روش‌های جایگزین می‌توانند عملی‌تر از آزمون‌های فرضیه مرسوم باشند (فان و همکاران^۵، ۲۰۱۴).

نخستین گام برای برآورد توزیع آماری‌ای که داده‌ها از آن پیروی می‌کنند، ترسیم بافت‌نگاشت^۶ و تابع چگالی احتمال و مشاهده آن‌ها است. مشاهده این نمودار، نکاتی را درباره توزیع داده‌ها آشکار می‌کند، نکاتی مانند اریب یا متقارن بودن داده‌ها، چند قله‌ای یا تک‌قله‌ای بودن داده‌ها و جز آن. همچنین شکل بافت‌نگاشت می‌تواند به حدس‌های نخستین درباره توزیع داده‌ها کمک کند، و برای نمونه، در صورت مشاهده شکل زنگوله‌ای در بافت‌نگاشت، می‌توان حدس زد که داده‌ها از توزیع نرمال پیروی می‌کنند. به همین ترتیب، شکل نزولی یا صعودی بافت‌نگاشت، به توزیع نمایی یا پاره‌تو و شکل مسطح، به توزیع یکنواخت رهنمون می‌شود. تغییر دامنه و تعداد بلوک‌ها در این مرحله می‌تواند به تشخیص اینکه توزیع داده‌ها به کدام توزیع احتمال رایج شبیه‌تر است، کمک کند.

1. P-value
2. Varian
3. Cowan
4. Maria
5. Fan et al. (2014)
6. Histogram

هرچند بافت‌نگاشت برای بررسی تعداد به‌نسبت کم داده‌ها ابزاری قدرتمند است، اما هنگامی که تعداد داده‌ها افزایش می‌یابد، این نمودار می‌تواند تردیدبرانگیز شود. علاوه بر این، مقایسه بصری شکل بافت‌نگاشت با توزیع‌های رایج، می‌تواند بیش از یک توزیع را معتبر بداند. در این شرایط، نمودار تابع توزیع تجمعی^۱ و تجمعی مکمل، می‌تواند کمک‌کننده باشد. بنابراین پس از طی گام نخست و انتخاب چند توزیع نظری پیشنهادی باید به سراغ ترسیم این توابع رفت تا بتوان تشخیص داد، کدام توزیع به بهترین وجه با توزیع داده‌های تجربی مطابقت دارد. هر دو گام یادشده را می‌توان با آزمون مداد پهن^۲ (مونتگومری^۳، ۲۰۱۷: ۳۸) پیش برد؛ اما پس از آن، تعیین پارامترهای توزیع و همچنین تعیین یک برازش مناسب و استفاده از روش‌های کمی بنا به مورد کارا است. در نتیجه، تابع چگالی احتمال، تابع توزیع تجمعی و تابع توزیع تجمعی مکمل، ابزارهایی لازم برای تعیین توزیع درآمد سالانه هستند. تابع چگالی احتمال یک متغیر تصادفی، نحوه توزیع احتمال مقادیر مختلف آن متغیر را بیان می‌کند. به دیگر سخن، این تابع، امکان برآورد احتمال اینکه متغیری تصادفی برابر با مقداری مشخص باشد یا در یک محدوده مشخص قرار بگیرد را فراهم می‌نماید. اگر $f(x)$ تابع توزیع احتمال متغیر پیوسته X باشد، آنگاه احتمال اینکه متغیر X مقداری بین a تا b داشته باشد، با فرمول (۱) به دست می‌آید.

$$Pr[a \leq X \leq b] = \int_a^b f(x)dx \quad (1)$$

حال اگر متوسط تعداد اتفاقات در یک بازه زمانی یا مکانی مشخص، برابر با λ باشد، به عبارت دیگر رویدادها به‌طور پیوسته و مستقل با نرخ میانگین ثابت رخ دهند و تعداد این اتفاقات در یک بازه زمانی، متغیر تصادفی را شکل دهد، آنگاه این متغیر تصادفی دارای توزیع پواسون با تابع چگالی احتمال $f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$ خواهد بود. روشن است که متغیر تصادفی در این توزیع، گسسته است. حال، اگر متغیر تصادفی، زمان بین دو اتفاق متوالی یا وقوع نخستین اتفاق در نظر گرفته شود، آنگاه این متغیر پیوسته، دارای توزیع نمایی خواهد بود که احتمال به وقوع پیوستن آن را با فرمول (۲) برآورد می‌کنند.

$$Pr[a \leq X \leq b] = \int_a^b \lambda e^{-\lambda x} dx \quad (2)$$

توزیع نمایی، تنها دارای یک پارامتر برازش، یعنی λ است. این پارامتر را به سبب اینکه شیب و قوس منحنی را تعیین می‌کند، پارامتر نرخ^۴ می‌نامند. همچنین میانگین یا مقدار مورد انتظار متغیری تصادفی با توزیع نمایی، برابر با $\frac{1}{\lambda}$ است که آن را پارامتر مقیاس^۵ می‌نامند.

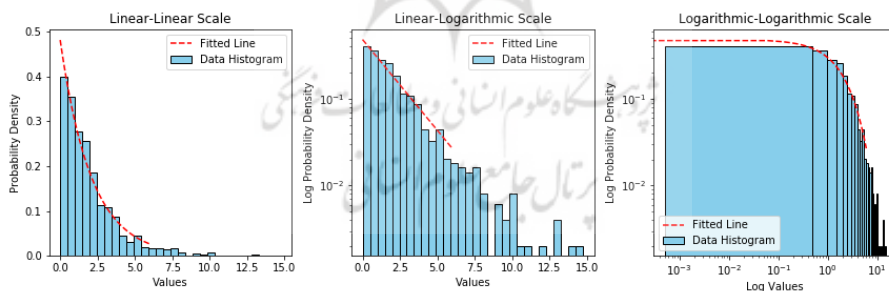
1. Cumulative Distribution Function (CDF)
2. Fat Pencil Test
3. Montgomery
4. Rate Parameter
5. Scale Parameter

دراگولسکو و یاکونکو (۲۰۰۱)، مبتنی بر این ادعای بنیادی اقتصادی فیزیک دانان که خواص آماری در سیستم‌های پیچیده مشابه هستند و از طریق قیاس با توزیع بولتزمن-گیبس انرژی در فیزیک، پیشنهاد می‌کنند که بخش پایینی توزیع درآمد، از توزیع نمایی پیروی می‌کند. اگر درآمد سالانه با r نشان داده شود، بنابر پیشنهاد یاد شده، احتمال قرار گرفتن درآمد در فاصله‌ای مشخص با استفاده از فرمول (۳) برآورد می‌شود. طبیعی است که پارامتر مقیاس این توزیع برابر با درآمد سالانه میانگین باشد. دراگولسکو و یاکونکو (۲۰۰۱)، به دلیل تناظر پارامتر یادشده با متغیر دما در توزیع بولتزمن-گیبس انرژی آن را «دمای درآمد» می‌نامند و از همین رو، آن را با T نشان می‌دهند.

$$f(r) = \frac{1}{T} e^{-\frac{r}{T}} \rightarrow Pr[r \leq X \leq r + dr] = \int_r^{r+dr} \frac{1}{T} e^{-\frac{r'}{T}} dr' \quad (3)$$

$$= e^{-\frac{r}{T}} - e^{-\frac{r+dr}{T}}$$

تابع چگالی احتمالی یک توزیع نمایی، تابعی یکنواخت^۳ است که در درآمد صفر، بیشینه می‌شود. بنابراین، ترسیم تابع چگالی احتمال این توزیع در مقیاسی خطی-خطی، نشان‌دهنده منحنی نمایی کاهشی با بیشترین مقدار در $f(r=0)$ خواهد بود، که با افزایش مقدار درآمد، ابتدا با سرعت بیشتر و بعد کندتر کاهش می‌یابد؛ اما اگر این تابع چگالی احتمال در مقیاس لگاریتمی-خطی، ترسیم شود، خطی صاف با شیبی منفی به مقدار $\frac{1}{T}$ حاصل می‌شود. نمودار یاد شده در مقیاس لگاریتمی-لگاریتمی، به شکل سهموی نزولی خواهد بود. هر سه مورد را می‌توان در یک نمونه تصادفی که از توزیع نمایی پیروی می‌کند، در شکل ۱ دید.



شکل ۱: تابع چگالی احتمال و خط برازش توزیع نمایی. از چپ به راست، در مقیاس

(الف) خطی-خطی، (ب) لگاریتمی-خطی و (پ) لگاریتمی-لگاریتمی

Figure 1: Probability density function (PDF) with exponential distribution fit, presented in: (a) linear-linear, (b) log-linear, and (c) log-log scales

مأخذ: یافته‌های پژوهش

1. $P(\varepsilon) \propto \exp(-\frac{\varepsilon}{T_\varepsilon})$
2. Income Temperature
3. Monotonous

تابع توزیع تجمعی، احتمال اینکه متغیری تصادفی مقداری کوچک‌تر یا مساوی با یک آستانه معین را به خود بگیرد، محاسبه می‌کند. بنا به تعریف، این تابع در حد پایین، یا منفی بی‌نهایت برابر با صفر و در حد بالا یا مثبت بی‌نهایت، برابر با یک است؛ همچنین روشن است که شکل آن یکنواخت و صعودی است. برای به دست آوردن این تابع، می‌توان از تابع چگالی احتمال، انتگرال گرفت. به این ترتیب، فرمول (۴) تابع توزیع تجمعی، $F(x)$ ، را برای توزیع نمایی نشان می‌دهد.

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad (۴)$$

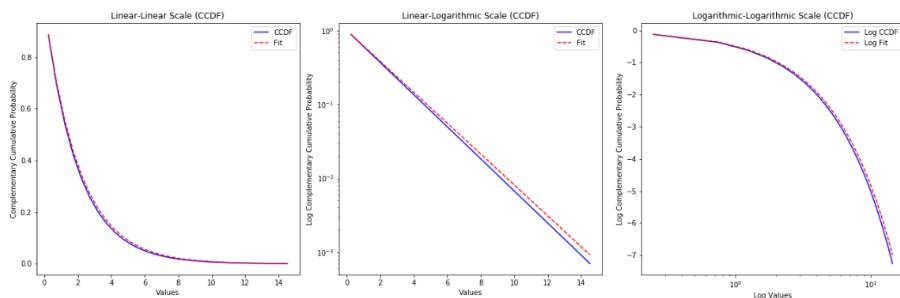
البته برای مقاصد این مقاله، عکس این تعریف کاراثر است. تابع توزیع تجمعی مکمل، احتمال اینکه متغیری تصادفی از یک آستانه مشخص بیشتر باشد را محاسبه می‌کند. این تابع که به تابع بقا نیز شهره است را نخستین بار، شیراز (۱۹۳۵) وارد ادبیات توزیع درآمد کرد. مبتنی بر تعریف، تابع بقا یکنواخت و نزولی خواهد بود. فرمول (۵) این تابع، $\bar{F}(x)$ ، را برای متغیری که از توزیع نمایی پیروی می‌کند، نشان می‌دهد.

$$\bar{F}(x) = Pr[X > x] = \int_x^{\infty} \lambda e^{-\lambda x'} = 1 - F(x) = e^{-\lambda x} \quad (۵)$$

تابع بقای توزیع درآمد سالانه، با استفاده از فرمول (۵) به شکل زیر حاصل خواهد آمد.

$$\bar{F}(r) = \exp\left(-\frac{r}{T}\right) \quad (۶)$$

قابل ذکر است که قدر مطلق شیب تابع بقا در هر نقطه، برابر با تابع چگالی احتمال است. از این رو، منحنی تابع بقای توزیع نمایی در مقیاس خطی-خطی نموداری، کاهشی خواهد بود که شیب آن، زمانی که متغیر تصادفی به‌طور مجانبی، به صفر میل می‌کند، پیشینه است و به‌تدریج، با افزایش مقدار متغیر، به صفر میل می‌کند. نمودار تابع بقا در مقیاس لگاریتمی-خطی، خطی صاف و نزولی است که شیبی برابر با پارامتر نرخ دارد. همچنین نمودار این تابع در مقیاس لگاریتمی-لگاریتمی، به شکل منحنی نمایی کاهشی خواهد بود که غالباً برای تشخیص رفتار دُم توزیع، استفاده می‌شود. هر سه مورد را می‌توان در نمونه‌ای تصادفی که در شکل ۱ نیز از آن استفاده شد، در شکل ۲ دید.



شکل ۲: تابع بقا و خط برازش توزیع نمایی. از چپ به راست، در مقیاس

(الف خطی-خطی، ب) لگاریتمی-خطی و پ) لگاریتمی-لگاریتمی

Figure 2: Survival function with exponential distribution fit, presented in: (a) linear-linear, (b) log-linear, and (c) log-log scales

مأخذ: یافته‌های پژوهش

چنان‌که پیش‌تر گفته شد، در مدل دراگولسکو و یاکونکو، توزیع کل درآمد، دارای دو طبقه است. طبقه پایین که مربوط به درآمد حاصل از کار است، از توزیع نمایی پیروی می‌کند و تابع چگالی احتمال و تابع بقای آن، رفتاری همانند رفتار شکل‌های ۱ و ۲ نشان می‌دهد؛ اما طبقه بالا که عمدتاً درآمد حاصل از سرمایه است، از توزیع پاره‌تو پیروی می‌کند. توزیع پاره‌تو، که توزیعی دُم‌سنگین است، درواقع یک توزیع قانون توانی با تابع توزیع احتمال نشان داده شده در فرمول (۷) است. در این توزیع، x_m ، که پارامتر مقیاس نامیده می‌شود، کمترین مقدار ضرورتاً مثبتی است که متغیر تصادفی می‌تواند به خود بگیرد. α یک پارامتر مثبت است که به آن، پارامتر شکل ۲ یا شاخص پاره‌تو ۳ می‌گویند و نشان‌دهنده کشش تابع توزیع نسبت به متغیر تصادفی است. تابع چگالی احتمال توزیع پاره‌تو برای متغیر x ، به این قرار خواهد بود (کاکوانی، ۴، ۱۹۸۰: ۱۷-۱۴):

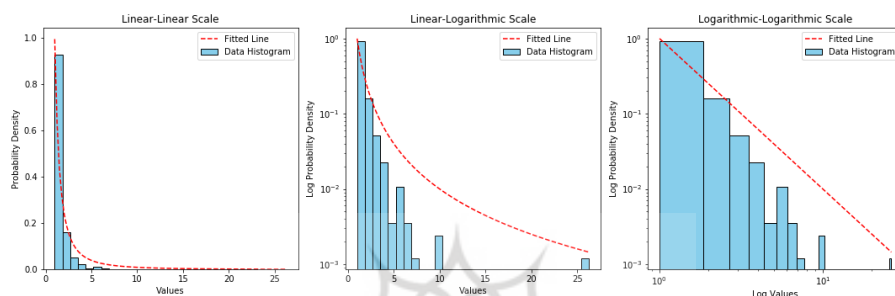
$$f(x) = \frac{\alpha x_m^\alpha}{x^{\alpha+1}} \quad x \geq x_m \quad (7)$$

بنابراین مبتنی بر نظریه دوطبقه‌ای درآمد، تابع چگالی احتمال توزیع درآمد سالانه طبقه بالایی جامعه، از فرمول (۸) پیروی می‌کند.

$$f(r) = \alpha r_m^\alpha \cdot \left(\frac{1}{r}\right)^\alpha \quad x \geq x_m \quad (8)$$

1. Heavy-tailed
2. Shape Parameter
3. Pareto index
4. Kakwani

نمودار تابع چگالی احتمالی این طبقه در مقیاسی خطی-خطی، به شکل سهموی نزولی نمایان می‌شود که به صورت مجانبی به هر یک از محورهای متعامد نزدیک می‌شود. شاخص پاره‌تو در این توزیع، تعیین کننده شکل آن است؛ اما زمانی که این تابع در مقیاس لگاریتمی-لگاریتمی رسم می‌شود، نمودار به شکل یک خط مستقیم با شیبی برابر با شاخص پاره‌تو نمایان می‌شود. در شکل ۳، تابع چگالی احتمال یک نمونه تصادفی که از توزیع پاره‌تو پیروی می‌کند، در سه مقیاس یاد شده نشان داده شده است.



شکل ۳: تابع چگالی احتمال و خط برازش توزیع پاره‌تو. از چپ به راست، در مقیاس

(الف خطی-خطی، ب) لگاریتمی-خطی و (پ) لگاریتمی-لگاریتمی

Figure 3: Probability density function (PDF) with Pareto distribution fit, presented in: (a) linear-linear, (b) log-linear, and (c) log-log scales.

مأخذ: یافته‌های پژوهش

چنان‌که پیش‌تر گفته شد، با انتگرال‌گیری از تابع چگالی احتمال، می‌توان ابتدا تابع توزیع تجمعی و به میانه‌ی آن، تابع بقا را به دست آورد. این دو مورد، به ترتیب، در فرمول (۹) و (۱۰) نشان داده شده است.

$$F(x) = 1 - \left(\frac{x_m}{x}\right)^\alpha \quad x \geq x_m \quad (9)$$

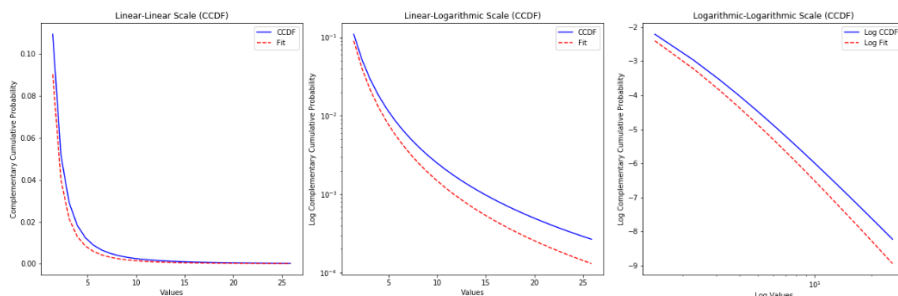
$$\bar{F}(x) = \left(\frac{x_m}{x}\right)^\alpha = Cx^{-\alpha} \quad x \geq x_m \quad (10)$$

ضریب C در فرمول (۱۰) و (۱۱)، به جهت سادگی جایگزین می‌شود. این ضریب در این فرمول‌ها عدد ثابتی است و به ترتیب، برابر با x_m^α و r_m^α که صرفاً مکان منحنی را تغییر می‌دهد و تأثیری بر شکل و نوع توزیع ندارد. قوس منحنی تنها با مقادیر متفاوت α تغییر می‌کند. بنابراین، تابع بقای توزیع درآمد سالانه طبقه بالایی جامعه نیز از فرمول زیر پیروی می‌کند.

$$\bar{F}(r) = \left(\frac{r_m}{r}\right)^\alpha = Cr^{-\alpha} \quad (11)$$

رسم تابع بقای این طبقه در مقیاس خطی-خطی، نموداری به دست می‌دهد که در درآمدهای بسیار بالا به‌طور مجانبی به صفر نزدیک می‌شود و در درآمدهای نزدیک به صفر، به‌طور مجانبی به سوی بی‌نهایت می‌رود؛ اما رسم تابع در مقیاس لگاریتمی-لگاریتمی، خطی مستقیم و نزولی را نشان

می‌دهد که شیب آن، برابر با شاخص پاره‌تویی است. در شکل ۴، تابع بقای یک نمونه تصادفی که از توزیع پاره‌تو پیروی می‌کند، در سه مقیاس نشان داده شده است.



شکل ۴: تابع بقا و خط برازش توزیع نمایی. از چپ به راست، در مقیاس

(الف خطی-خطی، ب) لگاریتمی-خطی و پ) لگاریتمی-لگاریتمی

Figure 4: Survival function with exponential distribution fit, displayed in: (a) linear-linear, (b) log-linear, and (c) log-log scales.

مأخذ: یافته‌های پژوهش

چنان که گفته شد، رسم بافت‌نگاشت برای تخمین نخستین دربارهٔ چگونگی توزیع داده‌ها بسیار مفید است؛ اما با توجه به شباهت نمودارهای تابع چگالی احتمال در دو توزیع نمایی و پاره‌تو در مقیاس خطی-خطی، امکان تمیز این دو توزیع با استفاده از این نمودارها فراهم نیست (نک: شکل ۱-الف و ۳-الف). منحنی توزیع تجمعی و به تبع آن، منحنی توزیع تجمعی مکمل نیز در مقیاس خطی-خطی به همین دلیل، روشن‌کننده نیستند (نک: شکل ۲-الف و ۴-الف)؛ اما ترسیم تابع بقای مربوط به داده‌های بخش پایینی جامعه در مقیاس لگاریتمی-خطی، می‌تواند بسیار مفید باشد؛ چراکه خط صاف در این مقیاس، نشان دهندهٔ قانون بولتزمن-گیس نمایی خواهد بود (نک: شکل ۲-ب). کارکردی مشابه را ترسیم تابع بقای مربوط به داده‌های بخش بالایی جامعه در مقیاس لگاریتمی-لگاریتمی برای نشان دادن قانون توانی پاره‌تو دارد (نک: شکل ۴-پ). بنابراین، در صورتی که تابع بقا برای کل داده‌ها در مقیاس لگاریتمی-لگاریتمی ترسیم شود، مطابق با فرضیهٔ مدل دوطبقه‌ای اقتصادفیزیک، باید دو بخش مجزای نمایی و پاره‌تویی در آن قابل مشاهده باشد (نک: ۲-پ و ۴-پ).

۴. داده‌ها و یافته‌های پژوهش

داده‌های این مقاله، از جداول مربوط به طرح بررسی هزینه-درآمد (بودجه) خانوار که مرکز آمار ایران سالانه منتشر می‌کند، استخراج شده است. این طرح، با استفاده از روش آماری نمونه‌ای و از طریق

مراجعه به خانوارهای نمونه در نقاط شهری و روستایی انجام می‌شود. این مقاله، بر بازه یازده ساله ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۵ تمرکز می‌کند.

از آنجا که تفکیک درآمد، به درآمدهای حاصل از کار و سرمایه در شهرها به‌طور گسترده‌تر و مشهودتری صورت گرفته است، داده‌های خانواده‌های شهری که به‌طور جداگانه ارائه شده، برای این مدل مناسب‌تر است. طبق سرشماری نفوس و مسکن که در سال ۱۳۹۵ انجام شده، جمعیت شهری در این سال ۷۴ درصد از کل جمعیت کشور بوده است. از آنجا که داده‌های بودجه خانوار مبتنی بر خوداظهاری است و به دلایل متعدد، ممکن است که فرد درآمد خود را به شکلی نادرست اعلام کند، در چنین داده‌هایی، می‌توان هزینه را به عنوان جانشین درآمد در نظر گرفت (گیبسن و کیم، ۲۰۱۳). به این ترتیب، در این مقاله نیز برای ترسیم توزیع درآمد، از هزینه خالص به‌عنوان جانشین درآمد استفاده شده است.

ابتدا درآمدهای صفر و منفی، از داده‌های ستون مربوط به هزینه خالص خانوارهای شهری هر سال حذف شد. پاکسازی داده‌ها از مقادیر صفر و منفی مبتنی بر این فرض انجام می‌شود که زندگی با چنین درآمدی (یا در واقع هزینه‌ای)، عملاً ممکن نیست. از سوی دیگر، حذف این داده‌ها به سبب تعداد بسیار اندک آن‌ها تغییر چندانی در نمونه یا وزن‌ها ایجاد نمی‌کند (برای نمونه در سال ۱۳۹۵ تنها ۲۰ داده در میان ۱۸۸۰۹ داده مقداری منفی یا صفر دارند). همچنین داده‌ها بر اساس درآمد به ترتیب نزولی چینش شدند.

نخستین گام در آماده‌سازی داده‌ها، تورم‌زدایی است که با استفاده از شاخص کالاها و خدمات مصرفی منتشر شده در وبگاه بانک مرکزی، انجام شده است. سال پایه در این شاخص، سال ۱۳۹۵ است. گام بعدی، تخمین نخستین^۲ مرز دو طبقه خواهد بود که با استفاده از ترسیم نمودار توزیع تجمعی مکمل در مقیاس لگاریتمی-لگاریتمی برای کل داده‌ها در هر سال حاصل می‌شود. این تخمین برای بازه ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۵ برابر با ۹۹/۷ درصد است. قابل ذکر است که پس از تقسیم نمونه‌های هر سال به دو بخش، با ترسیم نمودار توزیع تجمعی مکمل برای بخش پایینی هر سال در مقیاس لگاریتمی-خطی، شیب این نمودار خطی به‌عنوان پارامتر نرمال کردن داده‌های هر سال تعیین شده است؛ چراکه مطابق نظریه مقدار، این شیب برابر است با معکوس درآمد میانگین، امری که می‌توان با گرفتن لگاریتم از هر دو طرف فرمول (۶)، به شکل زیر نشان داد:

$$\bar{F}(r) = \exp\left(-\frac{r}{T}\right) \rightarrow \ln \bar{F}(r) = -\frac{r}{T} \quad (12)$$

1. Gibson and Kim (2013)
2. First Approximation

مقدار به دست آمده از شیب، برابر با پارامتر مقیاس توزیع نمایی یا همان معکوس دمای درآمد است. مقادیر به دست آمده برای دمای درآمد در جدول ۱ آمده‌اند. مقایسه این مقادیر با مقادیر درآمد میانگین طبقه پایین، قرابت این دو را نشان می‌دهد.

جدول ۱: مقادیر و پارامترهای توزیع.

Tabel 1: Estimated parameters and descriptive statistics of income distributions

سال	میانگین درآمد ($\bar{r}$)	دمای درآمد (T)	درآمد پیک $\#/(CPI * T)$	درآمد پیک $\#$	درآمد مرزی r^*	پارامتر پاره‌تو (α)
۱۳۸۵	۰۴۵,۳۶۷,۳	۰۸۳,۳۳۸,۳	۰,۶۲۵	۶۳۰,۱۲۱,۳	۲۶۲,۴۶۹,۲۸	۳
۱۳۸۶	۳۱۸,۴۱۶,۳	۳۳۲,۳۶۸,۳	۰,۵۹۵	۵۳۴,۵۵۱,۳	۰۹۸,۰۲۳,۳۴	۳
۱۳۸۷	۸۱۰,۲۰۱,۳	۵۵۸,۱۸۳,۳	۰,۶۰۵	۰۴۷,۲۷۹,۴	۹۸۷,۳۱۴,۴۰	۲
۱۳۸۸	۰۷۹,۰۷۳,۳	۵۷۱,۰۶۹,۳	۰,۶۴۵	۶۴۳,۸۷۱,۴	۷۲۵,۰۵۱,۴۳	۱
۱۳۸۹	۹۳۵,۱۰۵,۳	۰۷۹,۰۷۰,۳	۰,۵۸۵	۱۳۷,۹۶۷,۴	۶۴۹,۳۹۷,۴۸	۵
۱۳۹۰	۸۴۸,۰۱۷,۳	۸۸۰,۹۸۸,۲	۰,۶۱۵	۳۷۵,۱۷۶,۶	۴۴۹,۲۴۴,۵۷	۵
۱۳۹۱	۳۱۳,۸۵۹,۲	۲۳۵,۸۳۷,۲	۰,۶۰۰	۸۹۳,۴۶۶,۷	۴۷۹,۹۳۵,۷۰	۳
۱۳۹۲	۸۱۶,۶۷۶,۲	۸۳۰,۶۶۴,۲	۰,۶۵۵	۱۱۰,۳۱۵,۱۰	۰۷۹,۷۶۵,۸۹	۶
۱۳۹۳	۱۵۵,۶۲۸,۲	۱۹۰,۶۰۶,۲	۰,۶۳۵	۵۲۳,۳۰۱,۱۱	۷۴۱,۴۴۶,۱۰۱	۶
۱۳۹۴	۶۲۵,۶۰۸,۲	۳۶۰,۵۹۳,۲	۰,۶۳۵	۰۹۳,۵۸۶,۱۲	۵۱۵,۹۷۷,۱۱۲	۲
۱۳۹۵	۱۵۹,۵۸۲,۲	۱۴۳,۵۷۹,۲	۰,۶۰۵	۱۸۱,۰۰۳,۱۳	۳۰۹,۵۰۹,۱۲۲	۴

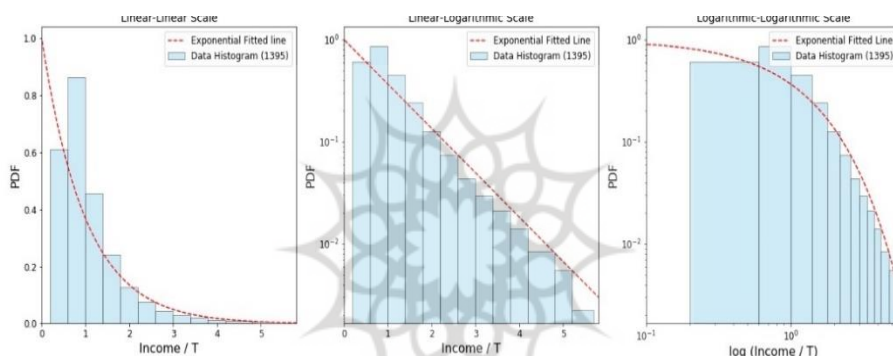
مأخذ: یافته‌های پژوهش. مقادیر ستون‌های اول، دوم، سوم و پنجم، ماهانه و به ریال هستند. ستون چهارم، مقادیر خوانده شده از روی نمودار است.

گام بعدی، انتخاب یک بلوک‌بندی ۱ بهینه برای داده‌های نرمال شده است. این گام با در نظر گرفتن وزن آن‌ها، که از ستونی در جداول طرح بودجه خانوار استخراج شده است، انجام می‌شود. ترسیم بافت‌نگاشت، بهترین ابزار برای انتخاب این بلوک‌بندی است. بلوک‌بندی‌های مختلف، می‌تواند نمایش شکل توزیع را تغییر دهد، از این رو، انتخاب یک بلوک‌بندی مناسب، اهمیت بسیار بالایی دارد.

اگر پهنای بلوک‌ها بیش از حد زیاد باشد، تعداد افرادی که در هر بازه قرار می‌گیرند، بسیار زیاد خواهد بود و ممکن است برخی از جزئیات ظریف، مانند وجود دوقله در یک بلوک، دیده نشود. از سوی دیگر، اگر پهنای بلوک‌ها بسیار کم باشد، هر نوسانی فارغ از اهمیت آماری آن، نقش بزرگی در تغییر شکل توزیع ایفا می‌کند و از این رو، توزیع بسیار شلوغ ۲ نشان داده خواهد شد و برازش هیچ توزیعی برای آن ممکن نخواهد بود. با در نظر گرفتن این نکات، پهنای بهینه برای داده‌های نرمال شده، برابر با ۰/۴ انتخاب شد ($\Delta r \approx 0.4T$).

1. Binning
2. Noisy

نمودارهای بافت‌نگاشت و تابع بقا، با پهنای بلوک یاد شده به صورت جداگانه برای هر سال ترسیم شد. در اینجا، تنها نمودارهای سال ۹۵ ارائه شده است، چراکه شباهت کیفی نمودارها در سال‌های مختلف، اجازه تسری نتایج سال ۱۳۹۵ به دیگر سال‌ها را می‌دهد. نمودارهایی که تمام سال‌ها را در یک نمودار تجمیعی نشان می‌دهد (شکل ۶، ۹ و ۱۰) نیز مؤید این امر است. به منظور ترسیم بافت‌نگاشت، تعداد افرادی که در هر بلوک قرار می‌گیرند، شمرده و بر تعداد کل افراد تقسیم شد، و بر روی محور عمودی نشان داده شده است. بر روی محور افقی، درآمد نرمال شده (r/T) قرار گرفته است و به این ترتیب، مختصات این محور بدون بُعد است. شکل ۵ بافت‌نگاشت درآمد طبقه پایینی جامعه را در سه مقیاس خطی-خطی، لگاریتمی-خطی و لگاریتمی-لگاریتمی به همراه خط برازش تابع توزیع نمایی نشان می‌دهد.



شکل ۵: تابع چگالی احتمال سال ۱۳۹۵ و خط برازش توزیع نمایی. از چپ به راست، در مقیاس (الف) خطی-خطی، (ب) لگاریتمی-خطی و (پ) لگاریتمی-لگاریتمی

Figure 5: Probability density function (PDF) for year 2016 with exponential distribution fit, presented in: (a) linear-linear, (b) log-linear, and (c) log-log scales

مأخذ: یافته‌های پژوهش

چنان‌که در شکل ۵ دیده می‌شود، نمودارهای بافت‌نگاشت در بلوک دوم با یک پیک مواجه هستند. این پیک در شکل ۵-الف بسیار مؤکدتر از شکل‌های ۵-ب و ۵-پ به نمایش درآمده است. تدقیق محل این پیک از طریق باریک کردن بلوک‌ها، عدد ۰/۶۰۵ را روی محور افقی حاصل می‌کند که پیک بسیار تیزی را به نمایش می‌گذارد. این عدد، نشان‌دهنده درآمد‌های معادل ۱۳ میلیون ریال در ماه است. در همین سال، حداقل دریافتی برای یک خانوار ۳/۳ نفره (که بعد میانگین یک خانوار شهری در سال ۱۳۹۵ بوده است)، به تقریب، برابر با همین مقدار بوده^۱، و با این ویژگی‌ها، در تمامی

۱. حداقل دریافتی خانوار با اضافه کردن عیدی، سنوات و یارانه نقدی به حداقل دستمزد یک کارگر ساده بدون سابقه و با در نظر گرفتن بعد خانوار محاسبه شده است. ارقام با استفاده از مصوبه شورای عالی کار برای حداقل دستمزد در هر سال محاسبه می‌شود.

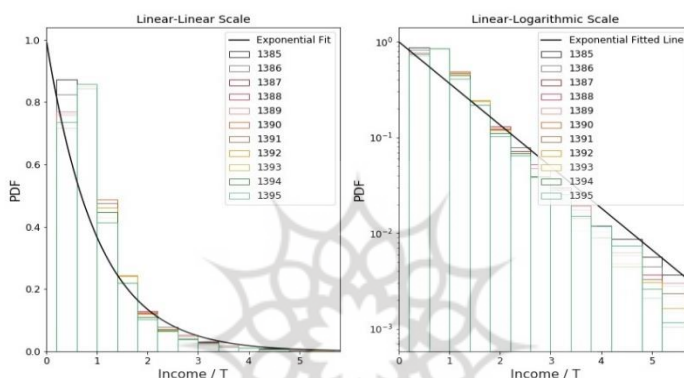
سال‌ها وجود دارد و مقدار آن در جدول ۱ گزارش شده است. چنین پیکی، نتیجه سیاست حداقل دستمزد بوده که از سوی دولت وضع شده است. این سیاست، سبب نوعی انحراف از توزیع نمای می‌شود که نمی‌توان آن را با استدلال‌های فیزیک آماری توضیح داد. در بسیاری از مطالعات دیگر کشورها که از چنین سیاست‌های دولتی‌ای برخوردار هستند نیز چنین پیکی دیده شده است (نک: بنرجی و همکاران، ۲۰۰۶).

چنانکه در نمودارهای بالا مشهود است، بلوک ۰ تا ۰/۲ از بافت‌نگاشت حذف شده، بلوکی که نشان‌دهنده درآمدهای زیر ۴/۳ میلیون ریال در ماه است. توجیه این امر با ارجاع به مبنای نظری مدل ممکن می‌شود. چنان‌که گفته شد، درآمد طبقه پایین، درآمد حاصل از کار نامیده شده است؛ اما در این بلوک، با توجه به سطح حداقل دستمزد که به آن اشاره شد، این ادعا بیراه نیست که دریافتی این بلوک به‌طور عمده، مربوط به کار نیست و می‌تواند ناشی از نهادهای حمایتی و جز آن باشد. موید این ادعا شمار خانوارهای با تعداد شاغل صفر در این بلوک است که بیش از ۸۰ درصد آن را تشکیل می‌دهند.

با بلوک‌بندی یاد شده و حذف بلوک نخست و ارائه توجیه نظری برای پیک ناشی از سیاست حداقل دستمزد، توزیع تجربی ترسیم شده، برازش خوب و قابل قبولی با توزیع نظری نمایی دارد. همان‌طور که گفته شد، زمانی که مقیاس محور عمودی لگاریتمی باشد، تابع توزیع نمایی به شکل خطی صاف با شیب منفی یک به نمایش در می‌آید. چنان‌که در نمودار بالا قابل مشاهده است، داده‌ها در مقیاس لگاریتمی-خطی (شکل ۵-ب) به‌خوبی با این خط نمایی برازش می‌شوند. لگاریتمی کردن مقیاس محور عمودی، از شدت پیک کاسته و سبب می‌شود در دو شکل ۵-ب و ۵-پ، کاهش نمایی داده‌ها به‌خوبی مشاهده شود. از سوی دیگر، در شکل ۵-الف، آشکار می‌شود که مطابق با توزیع نمایی، هر قدر مقدار درآمد بیشتر شود، احتمال قرار گرفتن فرد در آن بلوک کاهش یافته تا در نهایت، به‌طور مجانبی به صفر میل کند.

اکنون می‌توان بافت‌نگاشت تجمیعی بازه یاد شده را در یک نمودار ترسیم کرد. چنان‌که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، داده‌های بخش پایینی جامعه که ۹۹/۷ درصد از کل جمعیت را تشکیل می‌دهند، پس از نرمال شدن در تمام بازه یاد شده، بر یک منحنی واحد قرار می‌گیرند. این امر، نشان‌دهنده پایدار بودن توزیع درآمد این طبقه طی زمان است. نرمال کردن داده‌ها، سبب می‌شود که تأثیر تغییرات درآمد میانگین بر توزیع حذف شده تا بتوان تنها تفاوت‌های شکل و نحوه توزیع را بررسی کرد. تغییرات درآمد میانگین هر سال، تنها بر شیب توزیع نمایی تأثیر می‌گذارد؛ اما خود توزیع را تغییری نمی‌دهد.

بنابراین، پس از نرمال کردن داده‌ها با استفاده از درآمد میانگین هر سال، توزیع در تمامی سال‌ها، تابعی یکسان از درآمد خواهد بود. این امر، به این معنا است که به لحاظ آماری، افراد طبقه پایین در همان نسبتی که با درآمد میانگین جامعه داشته‌اند، باقی مانده‌اند، فارغ از اینکه خود درآمد میانگین چه مقدار تغییر کرده باشد. به همین دلیل است که در شکل ۶-ب داده‌های طبقه پایینی جامعه در تمام سال‌ها بر خطی با شیبی واحد منطبق می‌شود. این امر، تأییدی است قوی بر اینکه توزیع طبقه پایینی جامعه که بخش عمده آن را تشکیل می‌دهند، نمایی و طی زمان پایدار است.



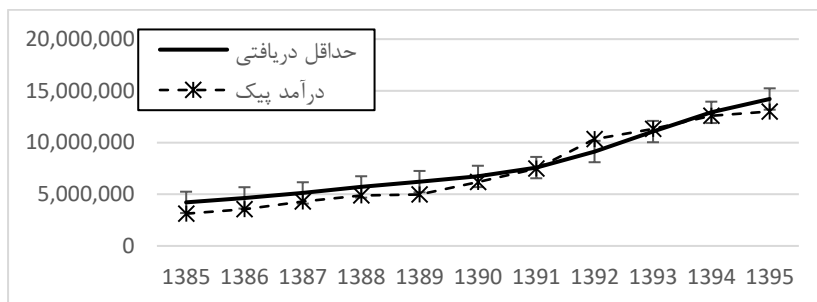
شکل ۶: تابع چگالی احتمال و خط برازش توزیع نمایی برای سال‌های ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۵.

از چپ به راست در مقیاس الف) خطی-خطی و ب) لگاریتمی-خطی

Figure 6: Probability density function (PDF) with exponential distribution fits for years 2006-2016, displayed in: (a) linear-linear and (b) log-linear scales.

مأخذ: یافته‌های پژوهش

در شکل ۶-الف (درست همانند شکل ۵-الف) می‌توان به‌وضوح دید که توزیع در بلوک دوم (به استثنای سال ۱۳۸۵)، پیکی با اختلاف قابل توجه از باقی بلوک‌ها دارد. باز هم همانند سال ۱۳۹۵ به‌هدف تدقیق مکان واقعی این پیک در هر سال، بلوک‌های این ناحیه تا حد هزارم ریز شد. مکان این پیک در بازه مورد بررسی بین ۰/۵۸۵ و ۰/۶۵۵ قرار گرفته، و همان‌طور که پیش‌تر گفته شد، توجیه نظری این پیک، در ارتباط با سیاست حداقل دستمزد است. محاسبات نشان می‌دهد که میانگین نسبت این پیک به حداقل دستمزد، در بازه زمانی ۹۵-۱۳۸۵ با انحراف معیار استاندارد ۰/۱۱ برابر با ۹۰ درصد است. تطابق این دو مقدار در شکل ۷ نشان داده می‌شود، به‌گونه‌ای که درآمد پیک ماهانه در تمام سال‌ها، درون بازه انحراف معیار استاندارد حداقل دریافتی قرار می‌گیرد.

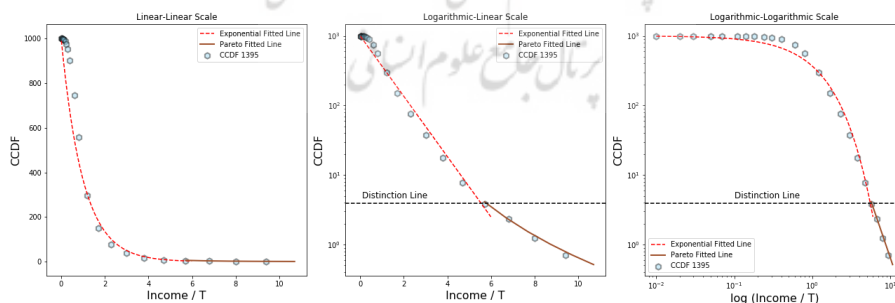


شکل ۷: حداقل دریافتی و درآمد پیک در سال‌های ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۵

Figure 7: Minimum wage vs. modal income in Iran (2006-2016)

مأخذ: یافته‌های پژوهش

در تشخیص توزیع دُم بالایی داده‌ها، که بنابر فرضِ مدل دوطبقه‌ای توزیع درآمد، از نوع توزیع پاره‌تو است، می‌توان از نمودار تابع بقا کمک گرفت. از آنجایی که تمرکز بر رفتار دُم توزیع با استفاده از نمودارهای توزیع تجمعی مکمل، بهتر انجام می‌شود، در شکل ۸، این نمودار در سه مقیاس خطی-خطی، لگاریتمی-خطی و لگاریتمی-لگاریتمی برای سال ۱۳۹۵ ترسیم شده است. گفته شد که توزیع پاره‌تو در دسته توزیع‌های دُم سنگین است، یعنی توزیعی که دُم آن سنگین‌تر از دُم توزیع نمایی است. این امر به ویژه در دُم راست توزیع‌ها مشاهده می‌شود، یعنی دقیقاً محل تمرکز برای نشان دادن دو طبقه‌ای بودن توزیع. همچنین تابع بقا، از انتگرال منحنی بافت‌نگاشت به‌دست می‌آید. انجام این عملیات، منحنی حاصله را نرم‌تر می‌کند؛ به‌نحوی که بی‌نظمی‌های اغراق‌شده در منحنی بافت‌نگاشت در این نمودار، تا حدود خوبی از بین می‌روند. در واقع این‌ها، بی‌نظمی‌هایی هستند که در بررسی ویژگی‌های عمومی توزیع اهمیت ندارند.



شکل ۸: تابع بقای سال ۱۳۹۵ و خط برازش توزیع نمایی و پاره‌تو. از چپ به راست، در

مقیاس (الف) خطی-خطی، (ب) لگاریتمی-خطی و (پ) لگاریتمی-لگاریتمی

Figure 8: Survival function (2016) with exponential and Pareto distribution fits, presented in: (a) linear-linear, (b) log-linear, and (c) log-log scales.

مأخذ: یافته‌های پژوهش

برای ترسیم تابع بقا، درآمدهای نرمال شده بر محور افقی و احتمال اینکه درآمدها بیش از مقدارهای متناظر درآمد باشند، بر محور عمودی قرار می‌گیرد. این منحنی ابتدا در مقیاس خطی-خطی برای تمام داده‌های سال ۱۳۹۵ (منهای بلوک نخست) ترسیم شده است. به‌طور عمومی، منحنی‌های توزیع تجمعی در این مقیاس، شکل یکسانی دارند و تنها تفاوت‌های بسیار اندکی در آن‌ها، توزیع‌های مختلف را از هم متمایز می‌کند. چنان‌که در شکل ۸-الف می‌توان دید، پیک موجود در داده‌ها، خود را در انحراف موجود در دنباله سمت چپ توزیع نشان می‌دهد؛ هرچند شدت این انحراف کمتر از آنی است که در نمودار بافت‌نگاشت مشاهده شد. از آن به بعد تا رسیدن به عدد $5/7$ روی محور افقی، داده‌ها برازش خوبی با خط توزیع نمایی که در شکل با خط‌چین نشان داده شده است، دارند. $99/7$ درصد از داده‌ها، پیش از این رقم قرار می‌گیرند. اما $0/3$ درصد باقی‌مانده، یعنی دُم انتهایی توزیع، شامل چهار نقطه آخر نمودار است که انحرافی به پایین را نمایش می‌دهد. در واقع، ادامه توزیع نمایی در این ناحیه، بالاتر از خط ممتدی که بر این چهار نقطه برازش شده است، قرار می‌گیرد؛ خطی که در شکل پررنگ‌تر است و از عدد $5/7$ آغاز می‌شود، برازش توزیع پاره‌تو در این ناحیه را نشان می‌دهد.

توزیع پاره‌تو به سبب آنکه دُم سنگین‌تری دارد، به‌طور عمومی، زودتر از توزیع نمایی سقوط می‌کند و کاهش بعدی آن، بسیار کندتر از توزیع نمایی است، تا به‌طور مجانبی به صفر نزدیک شود. در یک تابع قانون توانی نظیر تابع پاره‌تو، مقدار کاهش نمودار تابع بقا به‌طور معکوس، متناسب است با توانی مشخص از فاصله درآمد تا مبدأ؛ در حالی که در تابع نمایی، نرخ کاهش تقریباً با ثبات بوده، وضعیتی که در نمودار نیز وجود دارد، اما به سختی قابل مشاهده است.

تفاوت بین این دو توزیع که در شکل ۸-الف به سختی قابل مشاهده است، در شکل ۸-ب به‌روشنی خود را نشان می‌دهد. در این شکل، محور عمودی در مقیاس لگاریتمی ترسیم شده است. پیش‌تر نشان داده شد که در این مقیاس، توزیع نمایی، به شکل خطی مستقیم با شیب منفی خواهد بود. در این شکل، به‌خوبی مشهود است که داده‌ها تا پیش از رسیدن به عدد $5/7$ با خط نمایی، که با خط‌چین درون شکل نشان داده شده است، برازش می‌شوند؛ اما پس از آن، به‌کلی از این خط انحراف پیدا می‌کنند. شیب این خط، برابر با منفی یک است، که دقیقاً مطابق با انتظاری است که به‌لحاظ نظری، از توزیع نمایی می‌رود. انطباق نقاط طبقه پایینی جامعه بر این خط، نشان دهنده آن است که تابع بقا برای سال ۱۳۹۵، به‌خوبی با تابع نمایی توصیف می‌شود.

در بخش پیشین، نشان داده شد که نمودار توزیع تجمعی مکمل در مقیاس لگاریتمی-لگاریتمی بیشترین اطلاعات را درباره دوطبقه‌ای بودن توزیع داده‌ها ارائه می‌کند. شکل ۸-پ این مهم را نشان می‌دهد. چنان‌که می‌توان به وضوح در شکل دید، بخش پایینی توزیع به‌خوبی بر منحنی نمایی برازش شده بر آن، مطابقت دارد. انحرافی که در داده‌های میان 10^{-1} و 10^0 از منحنی برازش مشاهده می‌شود، به پیک داده‌ها مربوط است که پیش‌تر درباره آن توضیح داده شد. به روشنی می‌توان

تشخیص داد که لگاریتمی شدن مقیاس هر دو محور مختصات، از شدت این انحراف کاسته است؛ اما روند داده‌ها در چهار نقطه انتهایی توزیع، از اساس شکل دیگری به خود می‌گیرد. داده‌های ۹۹/۷ درصد ابتدایی، به تمامی شکلی سهموی دارند، در حالی که داده‌های ۰/۳ درصد بالایی بر روی یک خط مستقیم قرار می‌گیرند. در بخش پیشین، نشان داده شد که تابع بقا مربوط به توزیع پاره‌تو در مقیاس لگاریتمی-لگاریتمی به شکل خطی صاف در می‌آید. خط ممندی که در انتهای دم راست توزیع مشاهده می‌شود، منحنی توزیع پاره‌تو است که بر این نقاط برازش شده است. این منحنی به‌خوبی دو طبقه‌ای بودن توزیع درآمد را تأیید کرده و صحت برازش توزیع نمایی بر طبقه پایین و پاره‌تو بر طبقه بالا را نشان می‌دهد.

شیب خط مستقیمی که بر دنباله انتهایی داده‌ها برازش شده است، جزء پاره‌تویی توزیع، یعنی α را به دست می‌دهد. چنان‌که در نمودارها نیز می‌توان دید، طرح‌های هزینه-درآمد خانوار، نقاط بسیار زیادی را برای داده‌های طبقه پایین گزارش کرده است. این امر، دقت برازش توزیع نمایی برای آن‌ها را افزایش می‌دهد و همچنین سبب می‌شود که تخمین دمای درآمد، یعنی T ، از طریق برازش‌ها آسان‌تر شود. در مقابل، تعداد بسیار اندکی داده برای طبقه بالا گزارش شده است که سبب می‌شود برازش توزیع پاره‌تو و تخمین جزء پاره‌تویی، با دقت بسیار کمتری صورت گیرد و اساساً تحلیل دقیق دنباله را بسیار دشوار می‌کند.

نقطه مرزی میان این دو توزیع که برابر با عدد ۵/۷ بر روی محور افقی است، درآمد مرزی نام دارد که در اینجا با I^* نشان داده شده، و معادل ریالی این رقم در جدول ۱ ارائه شده است. چنان‌که در شکل نیز مشهود است، این نقطه، هم بر برازش نمایی قرار دارد و هم، بر برازش پاره‌تویی. یعنی می‌توان گفت، برای افرادی که در این نقطه مرزی قرار دارند، نه درآمد حاصل از کار، بر درآمد حاصل از سرمایه غلبه دارد و نه بالعکس؛ اما وضعیت در دو سوی این مرز متفاوت است. در طبقه پایین، درآمد حاصل از کار، زندگی افراد را پیش می‌برد و در طبقه بالا، درآمد حاصل از سرمایه.

در این باره، ذکر این نکته بسیار مهم است که درآمد مرزی در عمل، نه به عنوان یک نقطه که به شکل یک طیف وجود دارد. چنان‌که از شکل ۸- ب و ۸- پ برای سال ۱۳۹۵ و از شکل‌های ۹ و ۱۰ برای کل بازه مورد مطالعه قابل مشاهده است، درآمد مرزی که در تخمین اولیه، هم‌ارز با ۵/۷ در نظر گرفته شد و به واسطه آن، چهار نقطه انتهایی در طبقه بالایی درآمد قرار گرفت، می‌تواند کمتر انتخاب شود تا به واسطه آن، پنج نقطه انتهایی در طبقه بالایی درآمد قرار گیرند. به دیگر سخن،

۱. تأیید اینکه درآمد طبقه بالا، ناشی از سرمایه است، در مطالعات دیگر با سنجش تطابق نوسانات این درآمد با نوسانات شاخص‌هایی از بازار سهام، نشان داده می‌شود. متأسفانه در ایران داده‌ها و اطلاعات مورد نیاز برای این سنجش در دست نیست.

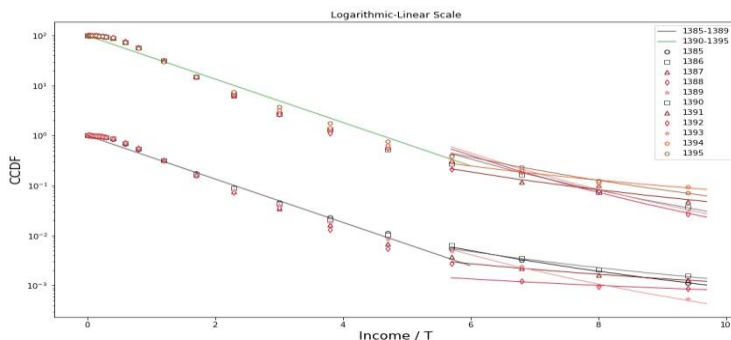
تقسیم توزیع درآمدی جامعه به دو طبقه، مؤید این است که ۹۷ تا ۹۹/۷ درصد پایینی توزیع درآمد شخصی، کمابیش نمایی است و ۰/۳ تا ۳ درصد بالایی، کمابیش پاره‌تویی. گفتنی است که دیگر مطالعات نیز بر این خصلت طیفی درآمد مرزی صحه گذاشته‌اند (یاکونکو و روسر ۲۰۰۹).

در این مقاله، ضمن در نظر داشتن این خصلت درآمد مرزی با هدف پرهیز از اطناب سخن بر درآمد ۵/۷ تمرکز شد. روشن است که انتخاب هر مقدار دیگری در این بازه و تمرکز بر آن، در نتایج تحقیق خللی وارد نمی‌کند.

در مباحث بالاتر آمد که ترسیم بافت‌نگاشت تمامی سال‌ها به‌طور تجمیعی در یک نمودار، پایداری و مانایی توزیع نمایی طی زمان را نشان داده است. اینجا نیز توابع بقا برای تمام سال‌های بازه مورد بررسی در یک نمودار واحد ترسیم شد. مانند تابع توزیع تجمعی برای یک سال، داده‌های نرمال شده، روی محور افقی قرار گرفتند و مقادیر احتمال تجمعی، روی محور عمودی. از آنجا که منحنی خطی-خطی اطلاعات زیادی را نشان نمی‌دهد، این بار تنها دو نموداری که مقیاس محور عمودی آن‌ها لگاریتمی شده است، ترسیم شدند. در شکل ۹، روشن است که در مقیاس لگاریتمی-خطی منحنی تابع بقای طبقه پایین جامعه که شامل توده عظیم جامعه، یعنی ۹۹/۷ درصد از جمعیت شهری، می‌شود، برای تمامی سال‌ها بر هم منطبق شده و روی یک خط مستقیم واحد با شیب منفی یک قرار گرفته است.

این انطباق، به‌خوبی مؤید نمایی بودن توزیع این طبقه است. همچنین می‌توان به وضوح دید که بالاتر از عدد ۵/۷ روی محور افقی داده‌های تمامی سال‌ها، در امتداد خط‌هایی با شیب‌های متعدد، از این خط منحرف می‌شوند. این امر نیز نشانه درستی انتخاب I^* به عنوان مقدار مرزی بین دو طبقه در تخمین نخستین بوده است. بنابراین، برای سال‌های ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۵، با دقت خوبی می‌توان گفت که طبقه پایین جامعه، که غالب درآمدها، درآمد حاصل از کار است، ۹۹/۷ درصد جمعیت مورد بررسی را تشکیل می‌دهند. این امر منطبق است بر فرضیه مدل اقتصادفیزیکی توزیع دو طبقه‌ای درآمد.

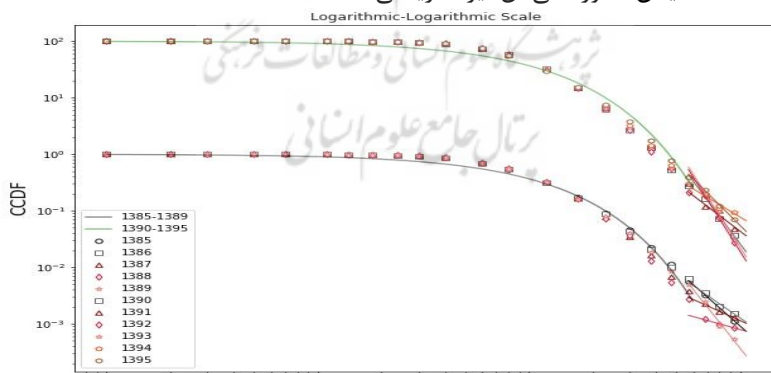
۱. بانیان جمع‌آوری و ارائه آمار مورد استفاده این مقاله، درباره حضور تمام داده‌های بالایی درآمد در داده‌ها شک دارند؛ چراکه جمع‌آوری داده‌ها از طریق پرسشنامه به دلایل متعددی (مانند مشوق‌های مالی محدود برای ایجاد انگیزه در پر کردن پرسشنامه)، مانع جمع‌آوری مناسب داده‌های بالایی می‌شود. بنابراین، باید در نظر داشت که در واقعیت، طبقه بالایی جامعه، کمی وسیع‌تر از آن چیزی است که این داده‌ها نشان می‌دهد. یا به دیگر سخن، در تمام مقاله، درصدهای تعیین‌کننده مرز طبقات در عمل، به طبقات داده‌های موجود اشاره دارند، که می‌تواند به‌دلیل شرح داده‌شده از جامعه واقعی، تورش داشته باشد.



شکل ۹: تابع بقا و خط برازش توزیع نمایی برای سال‌های ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۵
در مقیاس لگاریتمی-خطی

Figure 9: Survival functions with exponential distribution fits (2006-2016) in log-linear scale
مأخذ: یافته‌های پژوهش

در شکل ۹، انطباق پیک درآمدی تمامی سال‌ها در یک محدوده، قابل مشاهده است. نشان داده شد که این پیک ناشی از سیاست دولتی وضع حداقل دستمزد و منطبق بر مقدار این حداقل است. انحراف دُم ابتدایی توزیع از خط برازش نیز شبیه به منحنی تابع بقا برای سال ۱۳۹۵، دقیقاً به همین دلیل رخ می‌دهد. بنابراین، توجیه این انحراف، خارج از منطق مکانیک آماری و از طریق سیاست‌های اقتصادی در بستر موجود صورت می‌گیرد. این انحراف که ناشی از وجود پیک است، با شدتی کمتر در شکل ۱۰ که مقیاس محور افقی‌اش نیز لگاریتمی است، مشاهده شد.



شکل ۱۰: تابع بقا و خط برازش توزیع نمایی برای سال‌های ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۵
در مقیاس لگاریتمی-لگاریتمی

Figure 10: Survival functions with exponential distribution fits (2006-2016) in log-log scale
مأخذ: یافته‌های پژوهش

بار دیگر، تطابق داده‌های طبقه پایین برای تمامی سال‌ها بر یک منحنی واحد، نشان‌دهنده پایدار بودن توزیع نمایی طی زمان است. علاوه بر پایدار بودن جایگاه درآمدی افراد طبقه پایین در نسبت با درآمد میانگین که از نتایج پایدار بودن توزیع است، دلالت مهم دیگری نیز وجود دارد. در پژوهش دراگولسکو و یاکونکو (۲۰۰۱)، نشان داده می‌شود که ضریب جینی برای توزیع نمایی، مقداری است ثابت که برای درآمدهای فردی، برابر با $0/5$ و برای درآمد خانوار، برابر با $0/375$ است. بنابراین آنچه ضریب جینی و در نتیجه، نابرابری جامعه را طی زمان افزایش یا کاهش می‌دهد، تنها سهمی از درآمد کل است که در دست طبقه بالا قرار می‌گیرد. از این رو، ثبات توزیع نمایی درآمد بین افراد طبقه پایین، که به خوبی در شکل ۱۰ قابل مشاهده است، نشان از ثبات نابرابری میان آن‌ها دارد.

در شکل ۱۰ نیز به روشنی انحراف داده‌های مربوط به طبقه بالایی جامع از برازش نمایی، قابل مشاهده است. خطی بودن توزیع در این مقیاس، تأییدی است بر برازش پاره‌تو. اما افزون بر این، مزیت این نمودار، قدرت آن در نشان دادن دوطبقه‌ای بودن توزیع درآمد است. چنان‌که در این شکل دیده می‌شود، در برخی سال‌ها، چهار و در برخی سال‌ها، سه نقطه انتهایی توزیع بر خطی مستقیم قرار می‌گیرند که نشان‌دهنده برازش توزیع پاره‌تو است. معادله‌های ریالی درآمد مرزی برای هر سال، در جدول ۱ ارائه شده است. منحنی نمایی برازش شده بر داده‌های طبقه پایین با پارامتر مقیاس یک کشیده شده است. تمامی نقاط، $99/7$ درصد ابتدایی بر یک منحنی واحد قرار گرفته‌اند؛ اما روشن است که شیب خط پاره‌تویی برازش شده بر داده‌های طبقه بالا، نوسان‌های بسیار زیادی دارد. شیب این خط، پارامتر آلفای توزیع پاره‌تو را برای هر سال ارائه می‌کند، که در جدول ۱ آمده است.

نوسان‌های شدید این پارامتر، نشان‌دهنده ناپایداری توزیع درآمدی این طبقه طی زمان است که از نوسان‌های درآمد حاصل از سرمایه ناشی می‌شود. البته چنان‌که گفته شد، برآورد α برای توزیع پاره‌تو با توجه به تعداد کم داده‌های گزارش شده در این محدوده، با دقت پایینی صورت می‌گیرد.

چنان‌که در شکل ۹ و ۱۰ مشهود است، داده‌های سال‌های ۱۳۸۵ تا ۱۳۸۹ و ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۵، از هم تفکیک شده‌اند. این تفکیک، تنها به جهت وضوح بیشتر انجام شده است. دو منحنی برازش شده در هر دو نمودار، با هم موازی هستند و در صورت تلفیق آن‌ها در یک مکان، کاملاً بر هم انطباق دارند. پارامترهای مقیاس و مکان مربوط به توزیع نمایی که در تمام سال‌ها، به ترتیب، برابر با یک و صفر است.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، تلاش شد تا صحت نظریه اقتصاد فیزیکی توزیع دوطبقه‌ای درآمد برای داده‌های درآمدی ایران سنجیده شود. بنا بر این مدل، که با شواهد تجربی کشورهای بسیاری همچون آمریکا، ژاپن، انگلستان و استرالیا تأیید شده است، توزیع درآمد به‌طور عمومی از دو طبقه تشکیل می‌شود. طبقه پایین این توزیع که عموماً حدود ۹۷ تا ۹۹ درصد پایینی جامعه را تشکیل می‌دهد، از توزیع

نمایی (ترمال) بولتزمن-گیبس پیروی می‌کند. درآمد این طبقه به‌طور عمده، درآمد حاصل از کار است. این توزیع طی زمان پایدار و مانا است و تغییرات اساسی در آن رخ نمی‌دهد. از سوی دیگر، توزیع درآمد طبقه بالای جامعه که حدود ۱ تا ۳ درصد بالایی جامعه را تشکیل می‌دهد، از توزیع پاره‌تو پیروی می‌کند، که در اقتصاد فیزیک، توزیعی است سوپرترمال. این توزیع طی زمان، بسیار متغیر است و نشان داده می‌شود که نوسانات آن، انطباق نزدیکی با نوسانات بازار سهام دارد. بنا به همین تحلیل است که درآمد این طبقه، عمدتاً درآمد حاصل از سرمایه شناخته می‌شود. بخشی از درآمد کل که به این طبقه تعلق می‌گیرد، همواره با افت و خیزهای بازار سهام کاهش یا افزایش می‌یابد.

انتخاب توزیع نمایی برای توصیف بخش عظیم جمعیت، سه مزیت اساسی دارد. نخست، رعایت اصل پارسیمونی است. توزیع نمایی نسبت به توزیع‌های جایگزین پیشنهاد شده، پارامتر کمتری دارد. در حالی که پارامترهای بیشتر آن توزیع‌ها نیز بهبودی در برازش ارائه نمی‌دهند. دوم، توجیه نظری برای پیروی درآمد حاصل از کار از این توزیع است. درآمد حاصل از کار، از فرایندی حاصل جمعی تبعیت می‌کند که چنین فرایندی، مجموعه‌ای با توزیع نمایی برمی‌سازد. سوم، آنکه ضریب جینی توزیع نمایی، عددی ثابت است. این امر در محاسبه ضریب جینی کل، دلالت‌های معناداری می‌یابد. برای سنجش اعتبار نظریه اقتصاد فیزیکی توزیع دوطبقه‌ای درآمد در ایران، بر داده‌های جمعیت شهری که به‌تقریب سه - چهارم جمعیت را در بازه مورد بررسی تشکیل می‌دهد، تمرکز شده است. پاکسازی داده‌ها از مقادیر صفر و منفی و تورم‌زدایی بر اساس شاخص قیمتی کالاها و خدمات مصرفی، نخستین گام آماده‌سازی داده‌ها بود. پس از آن، نرمال‌سازی داده‌ها با استفاده از شیب خط نمودار توزیع تجمعی مکمل، برای بخش پایینی داده‌ها در مقیاس لگاریتمی-خطی برای هر سال در دستور کار قرار گرفت. روشن است که این مرحله، خود بر تخمین نخستینی از درآمد مرزی قرار داشت که ۹۹/۷ درصد در نظر گرفته شد. گام نهایی برای آماده‌سازی داده‌ها، انتخاب یک بلوک‌بندی مناسب است، که مقدار $0.4T (\Delta r \approx 0.4T)$ برای تمام داده‌ها پس از 0.2 ابتدایی توزیع انتخاب شده است.

ترسیم بافت‌نگاشت درآمد طبقه پایینی جامعه در سه مقیاس خطی-خطی، لگاریتمی-خطی و لگاریتمی-لگاریتمی به همراه خط برازش تابع توزیع نمایی برای سال ۱۳۹۵، نشان داد که با در نظر گرفتن دو نکته توزیع تجربی ترسیم شده، برازش خوب و قابل قبولی با توزیع نظری نمایی دارد. نکته نخست اینکه بلوک ۰ تا 0.2 ، می‌باید از بافت‌نگاشت حذف شود؛ چراکه این بلوک نشان‌دهنده درآمدهای زیر $4/3$ میلیون ریال در ماه است که در عمل و با توجه به سطح حداقل دستمزد، می‌توان ادعا کرد که دریافتی این بلوک به‌طور عمده، مربوط به کار نیست و می‌تواند ناشی از نهادهای حمایتی و جز آن باشد.

مؤید این ادعا، شمار خانوارهای با تعداد شاغل صفر در این بلوک است که بیش از ۸۰ درصد آن را تشکیل می‌دهند. نکته دوم اینکه، پیک موجود در هر سه مقیاس رسم شده، ناقض نظریه نیست؛

چراکه این پیک، نتیجه سیاست حداقل دستمزد است که از سوی دولت وضع شده و نمی‌توان آن را با استدلال‌های مکانیک آماری توضیح داد. همچنین با باریک کردن بلوک‌ها، روشن می‌شود که پیک یاد شده به عدد $۰/۶۰۵$ روی محور افقی مربوط است. این عدد، نشان‌دهنده درآمدهای معادل ۱۳ میلیون ریال در ماه است که برابر با حداقل دریافتی مبتنی بر حداقل دستمزد و یارانه نقدی در سال ۱۳۹۵ می‌باشد.

بنابراین، با بلوک‌بندی یاد شده و حذف بلوک نخست و ارائه توجیه نظری برای پیک ناشی از سیاست حداقل دستمزد، شکل ۵، به‌روشنی تطابق توزیع تجربی و توزیع نمایی را در طبقه پایینی جمعیت در سال ۱۳۹۵ نشان می‌دهد. مقیاس خطی-خطی مطابق با توزیع نمایی، دلالت بر این دارد که هر قدر مقدار درآمد بیشتر می‌شود، احتمال قرار گرفتن فرد در آن بلوک کاهش یافته تا در نهایت، به‌طور مجانبی به صفر میل کند. همچنین زمانی که مقیاس محور عمودی لگاریتمی شود، تابع توزیع نمایی به شکل خطی صاف با شیب منفی یک به نمایش درمی‌آید. لگاریتمی کردن مقیاس محور عمودی، از شدت پیک کاسته و سبب می‌شود، هر دو مقیاس لگاریتمی-خطی و لگاریتمی-لگاریتمی، کاهش نمایی داده‌ها را به‌خوبی نشان دهند. در نهایت، مقیاس لگاریتمی-خطی، برازش داده‌ها را با تابع توزیع نمایی به شکل خطی صاف با شیب منفی یک به‌روشنی نشان داد.

برای تشخیص توزیع درآمد طبقه بالایی جامعه، از نمودار تابع بقا کمک گرفته شد. ترسیم این نمودار در سه مقیاس خطی-خطی، لگاریتمی-خطی و لگاریتمی-لگاریتمی برای تمام داده‌های سال ۱۳۹۵، دو نکته را روشن کرد: نخست اینکه، توزیع دم بالایی درآمد از توزیع پارتویی تبعیت می‌کند. دوم و مهم‌تر آنکه، این نمودارها به‌روشنی صحت تقسیم داده‌ها به دو بخش را تأیید کردند.

ترسیم این نمودار در مقیاس خطی-خطی، نشان داد که تا رسیدن به عدد $۵/۷$ روی محور افقی، داده‌ها برازش خوبی با خط توزیع نمایی دارند. دست بالا $۹۹/۷$ درصد از داده‌ها پیش از این رقم قرار می‌گیرند؛ اما دست کم، $۰/۳$ درصد باقی‌مانده، یعنی دم انتهایی توزیع، شامل چهار نقطه آخر نمودار است که انحرافی به پایین را نمایش می‌دهد. خط ممتدی که بر این ناحیه برازش شد، توزیع پاره‌تو در این ناحیه را نشان داد.

ترسیم این نمودار در مقیاس لگاریتمی-خطی، به‌روشنی نشان داد که داده‌ها را تا پیش از رسیدن به عدد $۵/۷$ ، می‌توان بر خطی مستقیم با شیب منفی برازش کرد که معرف توزیع نمایی است؛ اما پس از آن، به‌کلی از این خط انحراف پیدا می‌کنند. انطباق نقاط طبقه پایینی جامعه بر این خط، نشان‌دهنده آن است که تابع بقا برای سال ۱۳۹۵، به‌خوبی با تابع نمایی توصیف می‌شود.

ترسیم این نمودار در مقیاس لگاریتمی-لگاریتمی، بیشترین اطلاعات را درباره دوطبقه‌ای بودن توزیع داده‌های سال ۱۳۹۵ ارائه کرد. نشان داده شد که بخش پایینی توزیع، یعنی داده‌های $۹۹/۷$ درصد ابتدایی، به‌خوبی بر منحنی نمایی برازش شده بر آن، که شکلی سهموی داشت، مطابقت داشتند؛ اما روند داده‌ها در چهار نقطه انتهایی توزیع، یعنی داده‌های $۰/۳$ درصد بالایی، از اساس شکل

دیگری داشتند؛ به گونه‌ای که به‌خوبی در تطابق با خط مممتد پاره‌تویی برازش شده بر آن‌ها قرار داشتند. همچنین خطی بودن منحنی در این مقیاس برای دم انتهای توزیع، نشان‌دهنده برازش توزیع پاره‌تو بر آن است.

نتیجه آنکه، ترسیم بافت‌نگاشت و تابع چگالی احتمال برای بخش بالایی داده‌ها در سه مقیاس خطی-خطی، لگاریتمی-خطی و لگاریتمی-لگاریتمی در کنار ترسیم تابع توزیع تجمعی مکمل برای تمام داده‌ها، در سه مقیاس خطی-خطی، لگاریتمی-خطی و لگاریتمی-لگاریتمی برای سال ۱۳۹۵، به‌خوبی دو طبقه‌ای بودن توزیع درآمد را تأیید کرده و صحت برازش توزیع نمایی بر طبقه پایین و پاره‌تو بر طبقه بالا را نشان می‌دهد.

ترسیم این نمودارها برای تمام سال‌های بازه ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۵، نشان داد که نتایج مربوط به تحلیل داده‌های سال ۱۳۹۵ را می‌توان به دیگر سال‌های این بازه نیز تسری داد. اما ترسیم نمودارهای سال‌های مختلف در یک نمودار واحد، نتایجی بیش از این را در تأیید نظریه دوطبقه‌ای درآمد به‌دست داد.

ترسیم بافت‌نگاشت بازه ۱۱ ساله یاد شده در یک نمودار، نشان داد که داده‌های بخش پایینی جامعه، که ۹۹/۷ درصد از کل را تشکیل می‌دهند، پس از نرمال شدن در تمام بازه یاد شده، بر یک منحنی واحد قرار می‌گیرند. این امر، نشان‌دهنده پایدار بودن توزیع درآمد این طبقه و بدین معنا است که به‌لحاظ آماری، افراد طبقه پایین در همان نسبتی که با درآمد میانگین جامعه داشته‌اند، باقی مانده‌اند، فارغ از اینکه خود درآمد میانگین، چه مقدار تغییر کرده باشد. ترسیم بافت‌نگاشت داده‌های طبقه پایینی جامعه در مقیاس لگاریتمی-خطی، نشان داد که خط برازش شده بر آن‌ها در تمام سال‌ها، خطی یکسان با شیبی واحد است. از این امر، می‌توان نتیجه گرفت که توزیع طبقه پایینی جامعه که بخش عمده آن را تشکیل می‌دهند، نمایی و طی زمان پایدار است.

ترسیم این بافت‌نگاشت در مقیاس خطی-خطی، اولاً، نشان داد که پیک یاد شده در سال ۱۳۹۵، در تمام سال‌ها تکرار شده است. ثانیاً، در کنار تدقیق مکان این پیک و روشن کردن ارتباط آن با حداقل دریافتی در تمام سال‌های بازه مورد بررسی، نشان داد که توجیه نظری ما برای پیک موجود در نمودار سال ۱۳۹۵، برای تمام سال‌های این بازه معتبر است.

ترسیم توابع بقای بازه ۱۱ ساله یاد شده در یک نمودار واحد، در هر دو مقیاس لگاریتمی-خطی و لگاریتمی-لگاریتمی، تأییدی دیگر و البته روشن‌تر بر نظریه دوطبقه‌ای درآمد است. در مقیاس لگاریتمی-خطی، تابع بقای طبقه پایین جامعه که شامل توده عظیم جامعه، یعنی ۹۹/۷ درصد از جمعیت شهری می‌شود، برای تمامی سال‌ها بر هم منطبق شده و روی یک خط مستقیم واحد با شیب منفی یک، قرار گرفت. این انطباق، به‌خوبی مؤید نمایی بودن توزیع این طبقه است. حال آنکه برای طبقه بالایی، یعنی داده‌هایی که بالاتر از عدد ۵/۷ روی محور افقی قرار دارند، خطوط برازش

توزیع در خطی یکتا بر هم منطبق نشده، در تعادلی پایدار قرار نداشته و سال به سال تغییر کردند. بدین صورت، هر دو بخش نمودار، مؤید نظریه دوطبقه‌ای درآمد است.

ترسیم توابع بقا در مقیاس لگاریتمی-لگاریتمی، به روشنی انحراف داده‌های مربوط به طبقه بالایی جامعه را از برازش نمایی و انطباق آن‌ها را بر برازش پاره‌تویی نشان داد. در برخی سال‌ها، چهار و در برخی سال‌ها، سه نقطه انتهایی توزیع بر خطی مستقیم قرار گرفتند که نشان‌دهنده برازش توزیع پاره‌تو است. باز هم تمامی نقاط ۹۹/۷ درصد ابتدایی بر یک منحنی واحد قرار گرفتند؛ اما شیب خط پاره‌تویی برازش شده، بر داده‌های طبقه بالا نوسان‌های بسیار زیادی دارد.

در نهایت، می‌توان نتیجه گرفت که بررسی داده‌های درآمد در ایران طی دوره زمانی ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۵، نشان می‌دهد که درآمد در ایران به دو طبقه تقسیم می‌شود. از یک سو، طبقه پایین که حدود ۹۷ تا ۹۹/۷ درصد از جمعیت را تشکیل می‌دهد، از توزیع بولتزمن-گیبس نمایی پیروی می‌کند. درآمدهای این طبقه عمدتاً شامل درآمدهای حاصل از کار است. از این رو است که توزیع آماری این نوع از درآمد، می‌تواند فرایندی حاصل جمعی باشد که در توزیع نمایی نمود می‌یابد؛ چراکه توزیع نمایی، مربوط به داده‌هایی است که با نرخ ثابت، برابر با پارامتر نرخ، کاهش می‌یابند. انطباق نمودارهای برازش نمایی تابع بقا و بافت‌نگاشت داده‌ها طی سال‌های مختلف بر یک نمودار واحد، نشان می‌دهد که توزیع درآمد طبقه پایین جامعه طی زمان مانا است. تطابق داده‌های سال‌های مختلف در بخش نمایی توزیع، دلالت بر این دارد که اکثریت جمعیت در تعادلی پایدار قرار دارند؛ درست مانند تعادل ترمال در فیزیک. از سوی دیگر، درآمدهای طبقه بالا که حدود ۰/۳ تا ۳ درصد از جمعیت جامعه را تشکیل می‌دهد، از توزیع پاره‌تو پیروی می‌کند. نقاط بخش توانی توزیع در خطی یکتا بر هم منطبق نمی‌شوند. این بخش به‌طور مشخص، سال به سال تغییر کرده است و در تعادلی پایدار قرار ندارد. در واقع دلیل آن، نوسان درآمدهای حاصل از سرمایه، متعاقب نوسان‌های بازار سهام است.

سپاسگزاری: موردی وجود ندارد.

تأییدیه‌های اخلاقی: موردی وجود ندارد.

تعارض منافع: نویسندگان نبود تضاد منافع را اعلام می‌دارند.

سه‌م نویسندگان در مقاله: نویسندگان به یک میزان در مقاله مشارکت داشته‌اند.

منابع مالی / حمایت‌ها: موردی وجود ندارد.

References

- Alesina, A., & Perott, R. (1996). Income distribution, political instability, and investment. *European Economic Review*, 40(6), 1203-1228.
- Alvaredo, F., Atkinson, A., Piketty, T., & Saez, E. (2013). The top 1 percent in international and historical perspective. *Journal of Economic Perspectives*, 27(3), 3-20.
- Arnold, B. (2015). *Pareto Distribution*. In N. Balakrishnan, T. Colton, B. Everitt, W. Piegorsch, F. Ruggeri, & J. Teugels (Eds.), Wiley StatsRef: Statistics Reference Online. doi:10.1002/9781118445112
- Banerjee, A., Yakovenko, V., & Di Matteo, T. (2006). A study of the personal income distribution in Australia. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 370(1), 54-59.
- Chakrabarti, B., Chakraborti, A., Chakravarty, S., & Chatterjee, A. (2013). *Econophysics of Income and Wealth Distributions*. Cambridge: University Press.
- Champernowne, D. (1973). *The Distribution of Income between Persons*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Champernowne, D. G. (1953). A model of income distribution. *The Economic Journal*, 63(250), 318-351.
- Chancel, L. (2022). World Inequality Report. World inequality Lab. Retrieved from <https://wir2022.wid.world>
- Clementi, F., & Gallegati, M. (2005). *Pareto's Law of Income Distribution: Evidence for Germany, the United Kingdom, and the United States*. In A. Chatterjee, S. Yarlagadda, & B. Chakrabarti (Eds.), *Econophysics of Wealth Distributions* (pp. 3-14). Springer.
- Clementi, F., & Gallegati, M. (2005). Power law tails in the Italian personal income distribution. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 350, 427-438.
- Cowan, G. (1998). *Statistical Data Analysis*. Oxford university press.
- Drăgulescu, A., & Yakovenko, V. (2001). Evidence for the exponential distribution of income in the USA. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 20, 585-589.
- Fan, J., Han, F., & Liu, H. (2014). Challenges of big data analysis. *National Science Review*, 1(2), 293-314.
- Fujiwara, Y., Souma, W., Aoyama, H., Kaizoji, T., & Aoki, M. (2003). Growth and fluctuations of personal income. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 321(3-4), 598-604.
- Gibson, J., & Kim, B. (2013). How reliable are household expenditures as a proxy for permanent income? Implications for the income-nutrition relationship. *Economics Letters*, 118(1), 23-25.

- Gini, C. (1921). Measurement of inequality of incomes. *The Economic Journal*, 31(121), 124-126.
- Hogg, R., McKean, J., & Craig, A. (2019). *Introduction to Mathematical Statistics*. Boston: pearson.
- Kakwani, N. C. (1980). *Income Inequality and Poverty*. New York: World Bank.
- Kalecki, M. (1945). On the Gibrat distribution. *Conometrica: Journal of the Econometric Society*, 13(2), 161-170.
- Levy, M., & Solomon, S. (1997). New evidence for the power-law distribution of wealth. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 242(1-2), 90-94.
- Mandelbrot, B. (1960). The Pareto-Lévy law and the distribution of income. *International Economic Review*, 1(2), 79-106.
- Maria, A. (1997, December). Introduction to modeling and simulation. *In Proceedings of the 29th. Conference on Winter Simulation* (pp. 7-13).
- Montgomery, D. C. (2017). Design and analysis of experiments. John wiley & sons.
- Montroll, E., & Shlesinger, M. (1982). On $1/f$ noise and other distributions with long tails. *The National Academy of Sciences of the United States of America*. 79(10), 3380-3. National Academy of Sciences.
- Shaikh, A. (2018). Some universal patterns in income distribution: An econophysics approach. *Working Paper*, 1808.
- Shaikh, A. (2017). Income distribution, econophysics and Piketty. *Review of Political Economy*, 29(1), 18-29.
- Shirras, F. (1935). The Pareto law and the distribution of income. *The Economic Journal*, 45(180), 663-681.
- Shorrocks, A., Davies, J., & Lluber, R. (2022). Global Wealth Report 2022. Credit Suisse.
- Silva, C., & Yakovenko, V. (2004). Temporal evolution of the “thermal” and “superthermal” income classes in the USA during 1983-2001. *Europhysics Letters*, 69(2), 304.
- Souma, W., Fujiwara, Y., & Aoyama, H. (2005). Shareholding networks in Japan. *AIP*, 776, *Shareholding Networks in Japan*. Free ChatGPT Extension.
- Tao, Y., Wu, X., Zhou, T., Yan, W., Huang, Y., Yu, H., ... & Yakovenko, V. M. (2019). Exponential structure of income inequality: Evidence from 67 countries. *Journal of Economic Interaction and Coordination*, 14, 345-376.
- Varian, H. R. (2014). Big data: New tricks for econometrics. *Journal of Economic Perspectives*, 28(2), 3-28.
- Yakovenko, V., & Rosser, B. (2009). Colloquium: Statistical mechanics of money, wealth, and income. *Reviews of Modern Physics*, 81, 1703-25.