



سجش از دور

GIS ایران



سنجش از دور و GIS ایران
Iranian Remote Sensing & GIS

سال دهم، شماره اول، بهار ۱۳۹۷
Vol.10, No. 1, Spring 2018

۱۷-۴۰

ارزیابی هندسی معادلات غیرپارامتریک برای تصحیح هندسی تصاویر ماهواره‌ای با هندسه پویا، با قدرت تفکیک مکانی بالا، با استفاده از عوارض کنترلی خط و نقطه

مریم پناهی^{۱*}، محمدجواد ولدان زوج^۲، سمیه یآوری^۳
۱. دانشجوی کارشناسی ارشد فتوگرامتری دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
۲. استاد دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
۳. پژوهشگر پسادکتری دانشگاه نیوفوندلند

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۱۰/۱۶

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۵/۲۳



چکیده

معادلات غیرپارامتریک، به دلیل نیاز نداشتن به داده‌های افرمیز ماهواره در زمان تصویربرداری و همچنین انتشار نیافتن این داده‌ها و تصاویر خام به دست مالکان این ماهواره‌ها، مورد توجه خاص متخصصان فتوگرامتری و سنجش از دور قرار گرفته است. در این مقاله، پژوهشی جامع روی معادلات غیرپارامتریک شامل مدل افاین سه‌بعدی، تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، معادلات DLT، SDLT و تابع رشنال مخرج مساوی با تأکید بر اثر عوارض کنترلی نقطه و خط، به منظور تصحیح هندسی تصاویر ماهواره‌ای با قدرت تفکیک مکانی بالا، صورت گرفته است. همچنین، از فرم جدید معادله Pushbroom-Projective به‌منزله ایده‌ای جدید در تصحیح هندسی تصاویر ماهواره‌ای استفاده شده است. تصاویر مورد استفاده در این پژوهش تصویر GeoEye-1 از منطقه ارومیه و تصویر Ikonos از منطقه همدان است. در تصحیح هندسی تصویر ماهواره‌ای GeoEye-1، تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، با استفاده از عوارض کنترلی نقطه، با دقت ۰/۷۵ پیکسل و ترم +XY تابع رشنال مخرج مساوی، با دقت ۲/۰۳ پیکسل با استفاده از عوارض کنترلی خط، بیشترین دقت را دارند. به‌علاوه در تصحیح هندسی تصویر ماهواره‌ای IKONOS، ترم +XY تابع رشنال مخرج مساوی با استفاده از عوارض کنترلی نقطه، با دقت ۰/۶۸ پیکسل، و تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، با استفاده از عوارض کنترلی خط با دقتی برابر ۱/۵ پیکسل، دارای بالاترین دقت‌اند. در حل معادلات غیرپارامتریک، خطای سیستماتیک باقی‌مانده در حالت استفاده از خطوط کنترل به‌مراتب بیشتر از زمانی است که از عوارض کنترلی نقطه استفاده می‌شود.

کلیدواژه‌ها: تصحیح هندسی تصاویر ماهواره‌ای با قدرت تفکیک بالا، عوارض کنترلی خط، عوارض کنترلی نقطه، خطای سیستماتیک.

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: تهران، خیابان ولیعصر، تقاطع میرداماد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده ژئوماتیک و ژئودزی، گروه فتوگرامتری و سنجش از دور.

تلفن: ۰۹۱۲۹۳۰۷۶۹۵

Email: panahi90m@gmail.com

۱- مقدمه

با گسترش تکنولوژی فتوگرامتری و سنجش از راه دور، تصاویر رقومی بسیاری با قدرت تفکیک بالا در دسترس است. به منظور استخراج اطلاعات مکانی با دقت مورد نظر کاربر از این تصاویر، باید تصحیحات رادیومتریکی و هندسی انجام شود. برخی از این تصحیحات، مانند تصحیحات مربوط به کالیبراسیون سنجنده، تصحیحات هندسی مربوط به چیدمان آشکارسازها و تصحیحات رادیومتریکی به عملکرد سنجنده‌ها از سوی کمپانی عرضه‌کننده تصاویر، پیش از تحویل آنها، انجام می‌شود. باین‌حال، دریافت‌کننده تصاویر، به دلیل نیاز به عوارض کنترلی دقیق از محدوده، تصحیحات هندسی دقیق برای دریافت مختصات سه‌بعدی دقیق، تولید مدل رقومی زمین و ارتوفتو را انجام نمی‌دهد و این تصحیحات باید، قبل از به‌کارگیری تصاویر، روی آنها اعمال شود. تا زمانی که تصویرها تصحیح هندسی نشده باشند و مختصات زمینی به پیکسل‌های آنها نسبت داده نشده باشد، برای کاربردهای تولید و به‌روزرسانی نقشه و پایگاه‌های داده مکانی نمی‌توان از آنها استفاده کرد.

به همین منظور، از تصحیح هندسی تصاویر با استفاده از معادلات ریاضی، به منظور برقراری ارتباط بین فضای تصویر و زمین، استفاده می‌شود. معادلات مورد استفاده در تصحیح هندسی تصاویر به دو دسته معادلات پارامتریک^۱ و غیرپارامتریک^۲ تقسیم می‌شوند که برای حل آنها، به عوارض کنترلی نیاز است. مدل‌های پارامتریک، شامل مدل شرط هم‌خطی^۳ و شرط هم‌صفحه‌ای^۴، هندسه تصویر در لحظه تصویربرداری را بازسازی می‌کنند. این معادلات، با کمک تعداد عوارض کنترل محدود، پارامترهای انتقال از فضای تصویر به فضای زمین را محاسبه و ضمن داشتن دقت بالا، قابلیت حذف خطاهای سیستماتیک از روی تصویر را دارند. معادله شرط هم‌خطی، با توجه به دارا بودن پارامترهایی که دارای تفسیر فیزیکی‌اند و امکان اندازه‌گیری مستقیم آنها وجود دارد، همواره مورد توجه بیشتر پژوهشگران و متخصصان فتوگرامتری قرار

گرفته است. ضمن اینکه این ویژگی موجب کاهش چشمگیر عوارض کنترلی مورد نیاز در این معادلات، به منظور رسیدن به دقت معین می‌شود. معادلات پارامتریک، به‌رغم مزایای بیان‌شده، معایبی دارند؛ همچون وابستگی به سنجنده مورد استفاده، نیاز به داشتن مقادیر تقریبی پارامترهای توجیه داخلی و خارجی و دیگر داده‌های مداری مرتبط و پیچیدگی ریاضی بالا به‌همراه زمان محاسباتی زیاد. افزون‌بر این، در مورد تصاویر ماهواره‌ای با قدرت تفکیک بالا، به دلیل سیاست‌های کمپانی‌های عرضه‌کننده تصاویر، تصاویر خام و اطلاعات مداری در اختیار کاربران قرار نمی‌گیرد. دسترسی نداشتن به پارامترهای مداری و تصاویر خام سبب شده است پژوهشگران، در مقام جایگزینی مناسب برای تصحیح هندسی تصاویر ماهواره‌ای، به سمت استفاده از معادلات غیرپارامتریک متمایل شوند (Fraser and Yamakawa, 2004; Tao and Hu, 2001; Teo, 2013; Valadan Zoej et al., 2007; Yavari et al., 2012; Yavari et al., 2013; Zang et al., 2011).

یکی از مهم‌ترین المان‌ها در روند تصحیح هندسی تصاویر انتخاب نوع عارضه کنترلی است. عوارض انتخابی، در روند ثبت، به سه دسته نقطه^۵، خط^۶ و سطح^۷ تقسیم می‌شوند (Goshtasby, 2005; Zitova and Flusser, 2003).

برای حل معادلات ریاضی پارامتریک و غیرپارامتریک، با هدف ایجاد ارتباط بین فضای زمین و تصویر، اغلب از نقاط کنترلی استفاده می‌شود (یاوری، ۱۳۹۴). مقالات بسیاری در زمینه استفاده از عوارض نقطه‌ای مطرح شده است (Valadan Zoej and Sadeghian, 2003; Toutin, 2004; Liew et al., 2012; Fraser and Yamakawa, 2004; Gianinetta et al., 2004; Ramzi et al., 2008; Maras, 2014).

- | | |
|-----------------|-------------------|
| 1. parametric | 2. non-parametric |
| 3. collinearity | 4. coplanearity |
| 5. point | 6. line |
| 7. region | |

کنترل به منظور تصحیح هندسی تصاویر را بررسی و ارزیابی کرده‌اند. الاکشر^۱ (۲۰۱۱) از مدل جدیدی استفاده کرده است که آن را فقط می‌توان برای معادلات غیرپارامتریک ساده، مانند افاین، به کار برد و این مدل، با ترکیب عوارض کنترل خط و نقطه، حل شدنی نیست. تئو^۲ (۲۰۱۳)، برای حل توابع رشنال به صورت رایج و جبران بایاس، از فرم برداری و پارامتریک عوارض خطی در فضای تصویر و هر نقطه واقع بر خط متناظر آن در فضای زمین استفاده کرده است. یآوری (۱۳۹۴)، با استفاده از مدل‌های ریاضی سه‌بعدی غیرپارامتریک و خطوط متناظر که به صورت اتوماتیک از تصاویر استخراج می‌شوند، تصاویر ماهواره‌ای با قدرت تفکیک بالا را زمین مرجع‌سازی کرده و به دقت زیرپیکسل رسیده است. همچنین، خطای سیستماتیک نیز به میزان معتناهی در مدت زمان ۱ ثانیه حذف شده است. قندیل قادری (۱۳۹۱) در پایان‌نامه کارشناسی ارشد خود، به منظور ایجاد ارتباط بین فضای تصویر و زمین، از خطوط کنترل برای حل توابع کسری استفاده کرده و خطای RMSE را کاهش چشمگیری داده است. شاکر^۳ (۲۰۰۷) اهمیت استفاده از مدل‌های انتقال عارضه‌مبنا در زمین مرجع‌سازی تصاویر ماهواره‌ای و مدل‌سازی زمین را بررسی کرده است. کوبیک^۴ (۱۹۹۱) توجه نسبی و مطلق برپایه عوارض کنترلی خط را، با استفاده از استخراج لبه‌های خطی مستقیم یا منحنی‌ها به جای عوارض نقطه‌ای، بررسی کرده و از یک روش محاسباتی و اندازه‌گیری بهره‌برده که به تعداد خطوط کنترلی کمتری نیاز دارد. هو^۵ و همکاران (۲۰۱۱)، با استفاده از عوارض کنترلی خط و نقطه و منحنی‌های دوار متناظر، به دیدگاه جدید توجه نسبی پرداخته‌اند. توماسلی و توتسی^۶ (۱۹۹۶) برای حل ترفیع فضایی، از عوارض

از نقاط ضعف عوارض نقطه‌ای، در صورت استفاده به‌منزله عوارض کنترلی، می‌توان به سرعت پایین استخراج و تناظریابی این عوارض، لزوم داشتن نقاط کنترلی بسیار با کیفیت بالا، توزیع مناسب و تراکم زیاد، در صورت استفاده از روش‌های آماری، و حساسیت بالا به نویز را نام برد (Yavari et al., 2016). برخلاف عوارض نقطه‌ای، عوارض خطی مزایایی دارند که، از جمله آنها، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد (Habib et al., 2004; Yavari et al., 2016):

- استخراج اتوماتیک و تناظریابی عوارض خطی در فضای تصویر بسیار ساده‌تر از عوارض نقطه‌ای است؛
- قابلیت اطمینان و استحکام هندسی بالایی دارد؛
- عوارض خطی در فضای تصویر را می‌توان با دقت زیرپیکسل در جهت لبه استخراج کرد؛
- عوارض خطی همچون خیابان‌ها، در مقایسه با عوارض نقطه‌ای، طول عمر و ماندگاری بیشتری دارند؛
- حساسیت عوارض خطی به نویز کمتر است و اطلاعات معنایی بیشتری دارند؛
- عوارض خطی در تصاویر ماهواره‌ای، به‌ویژه در مناطق شهری، به‌وفور وجود دارند که این نکته مشکلات ایجادشده را، به دلیل نبود اطلاعات کنترلی زمینی کافی در تخمین پارامترهای تابع انتقال، کاهش می‌دهد؛
- عوارض خطی را می‌توان به‌طور مستقیم، همچون اطلاعات کنترلی، در سرشکنی معادلات ریاضی استفاده کرد.

استفاده مستقیم از عوارض سطح، در حل تابع انتقال، سبب افزایش پیچیدگی در معادلات می‌شود. همچنین، می‌توان نقاط استخراج‌شده از این عوارض، همچون مرکز ثقل، را مستقیماً برای تخمین پارامترهای تابع انتقال به کار برد اما در بیشتر موارد، این نقاط چندان دقیق نیستند. از سوی دیگر، عوارض سطحی را می‌توان، با محدوده‌های آن، به صورت عوارض خطی نمایش داد (یآوری، ۱۳۹۴).

تا کنون پژوهشگران بسیاری استفاده از خطوط

1. Elaksher
2. Teo
3. Shaker
4. Kubik
5. Hu
6. Tommaselli and Tozzi

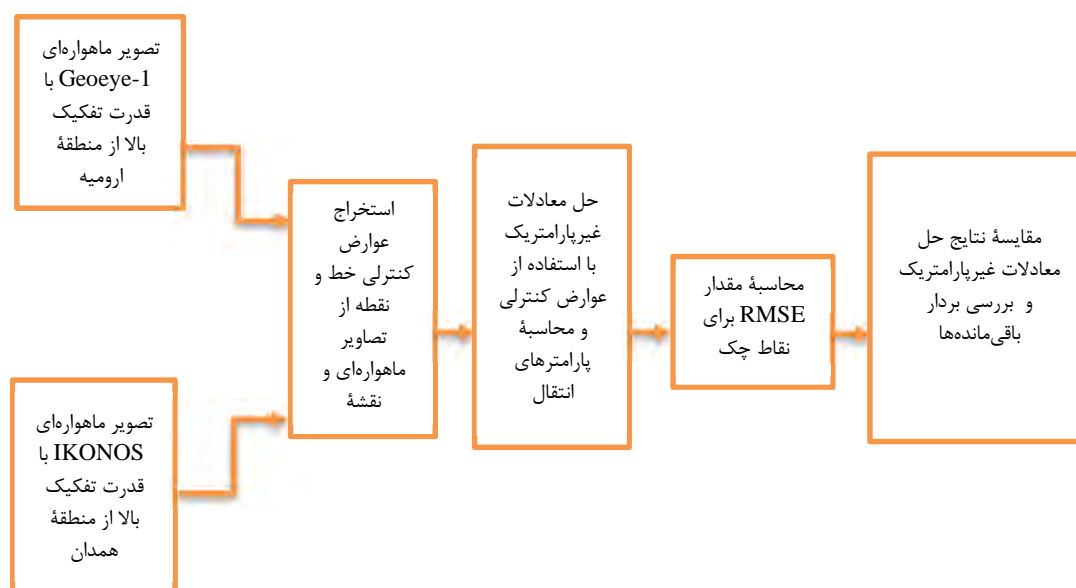
کنترلی نقطه و خط و مزایا و معایب هریک، از هر دو عارضه کنترلی برای حل معادلات غیرپارامتریک بهره می‌برد و دقت نتایج معادلات را با یکدیگر بررسی می‌کند. در این مقاله، برای بررسی تأثیر عوارض کنترلی در دقت نتایج، تصحیح هندسی برای دو منطقه با پوشش‌های متفاوت صورت گرفته است. به همین منظور، در این تحقیق، ابتدا روابط ریاضی معادلات غیرپارامتریک ساده‌تر شامل مدل افاین سه‌بعدی، تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، معادلات SDLT، DLT و تابع رشنال با مخرج مساوی، به صورت معمول، مطرح شده است. همچنین، از یک فرم جدید معادله Pushbroom-Projective، به منزله معادله‌ای ترکیبی از مدل افاین سه‌بعدی و تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی استفاده شده است. با توجه به هندسه تصویربرداری تصاویر ماهواره‌ای، پیش‌فرض کاربرد این مدل بهبود دقت مدل‌های افاین سه‌بعدی و تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی است. این معادلات، ابتدا، با استفاده از عوارض کنترلی نقطه و سپس، با استفاده از عوارض کنترلی خط، جداگانه حل می‌شوند و دقت نتایج به دست آمده ارزیابی و بررسی خواهد شد. این روند برای داده GeoEye-1 ارومیه و داده IKONOS همدان انجام شده و تأثیر توپوگرافی منطقه در دقت نتایج نیز بررسی شده است. تحقیق حاضر چهار بخش گوناگون را دربر می‌گیرد. در بخش نخست یا مقدمه، تحقیقات پیشین و ضرورت تحقیق مرور شده است. بخش دوم مواد و روش‌هاست که مروری بر تئوری معادلات ریاضی غیرپارامتریک و شیوه حل این معادلات، با استفاده از عوارض کنترل خط و اطلاعات مربوط به داده‌های مورد استفاده در مقاله، را شامل می‌شود. بخش سوم دربردارنده دقت نتایج حاصل از حل معادلات غیرپارامتریک است و دقت نتایج حاصل را ارزیابی می‌کند. نتیجه‌گیری ارزیابی‌های انجام شده نیز در بخش چهارم آمده و در انتها، منابع به کاررفته بیان شده است.

کنترلی خط بهره برده و مدل ریاضی خطوط مستقیم را، در فضای تصویر و عارضه، با استفاده از فیلتر کالمن حل کرده‌اند. ژانگ^۱ و همکاران (۲۰۰۸) تعمیم مدل‌های فتوگرامتری در فضای عوارض خطی را بررسی کرده‌اند. مولوا و میکائیل^۲ (۱۹۸۸) تقاطع و ترفیع فضایی و مثلث‌بندی را، با عوارض کنترلی خط، حل کرده و مدل‌های ریاضی با عوارض خطی مستقیم و مقاطع مخروطی را توسعه داده‌اند. ونکاتسان و سلواراگینی^۳ (۲۰۱۷) مدل‌های گوناگون تصحیح هندسی را، با استفاده از عوارض کنترلی نقطه، بررسی کرده‌اند تا با مقایسه مدل‌ها و نتایج هریک، به بهترین مدل و با بالاترین دقت، دست بیابند.

لانگ و جیائو^۴ (۲۰۱۲) از عوارض سطحی برای تصحیح هندسی تصاویر ماهواره‌ای Landsat و ALOS استفاده کرده و تصحیح هندسی را بر پایه عوارض سطحی انجام داده‌اند. نتایج این بررسی نشان می‌دهد که این روش را، برای دیگر مدل‌ها و تصاویر چندطیفی ماهواره‌ای نیز، می‌توان اجرا کرد. وقتی داده کنترل خطای چندانی نداشته باشد، دقت نتایج به کمتر از یک پیکسل نیز می‌رسد که تقریباً برابر با حل مدل، با استفاده از عوارض کنترلی نقطه است.

بنابراین طبق مطالب بالا، استفاده از عوارض کنترلی نقطه، در حل معادلات پارامتریک و غیرپارامتریک در فتوگرامتری، رایج است. همچنین، استفاده از عوارض کنترلی خط و سطح در تصحیح هندسی تصاویر هوایی و ماهواره‌ای نیز رواج یافته و تحقیقاتی نیز در این زمینه صورت گرفته است. این مقاله بر استفاده از معادلات ریاضی غیرپارامتریک تأکید دارد. اگرچه تحقیقاتی در زمینه حل معادلات غیرپارامتریک، با استفاده از عوارض کنترلی نقطه‌ای و خط، انجام شده؛ تا کنون تحقیقی جامع در مورد مقایسه و ارزیابی نتایج حل معادلات غیرپارامتریک، با تأکید بر اثر عوارض کنترلی، صورت نگرفته است. همچنین، بیشترین تعداد پژوهش‌های انجام شده معطوف به استفاده از معادلات رشنال بوده است و دیگر معادلات غیرپارامتریک کمتر ارزیابی شده‌اند. در واقع این مقاله، براساس ویژگی‌های عوارض

1. Zhang
2. Mulawa and Mikhail
3. Venkatesan and Selvaragini
4. Long and Jiao



شکل ۱. مراحل تصحیح هندسی برای تصاویر ماهواره‌ای با قدرت تفکیک بالا

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- معادلات ریاضی

در این معادلات، برخلاف معادلات پارامتریک، نیازی به داشتن اطلاعات مرتبط با هندسه تصویر در لحظه تصویربرداری نیست و معمولاً برای ترمیم تحلیلی تصویر و برقراری ارتباط مستقیم بین فضای تصویر و زمین، از مدل‌های چندجمله‌ای استفاده می‌شود. معادلات غیرپارامتریک سه‌بعدی شامل معادلات رشنال و مشتقات سه‌بعدی آن، مانند معادلات افاین سه‌بعدی DLT، SDLT و 3D Projective می‌شود. به عبارت دیگر، اساس این معادلات توابع پلی‌نومیال است. برای حل این گونه معادلات، با استفاده از عوارض کنترل زمینی^۱، پارامترهای مجهول محاسبه می‌شوند و با داشتن این پارامترها، می‌توان مختصات زمینی نقاطی را به دست آورد که موقعیت تصویری آنها معلوم است. در عمل، استفاده از معادلات چندجمله‌ای با درجات مناسب سبب رسیدن به دقت‌های بالا در این روش‌ها خواهد شد.

۲-۱-۱- مدل افاین سه‌بعدی

مدل ریاضی تبدیل افاین^۲ از جمله توابع عمومی است

که کاربرد آن، در تصحیح هندسی تصاویر ماهواره‌ای با هندسه پویا، از اواخر قرن بیستم مطرح شده و مورد استقبال و توجه قرار گرفته است. قابلیت مدل افاین در این زمینه با مدل تابع رشنال مستقل از زمین برابری می‌کند. از جمله مزایای این مدل ساختار خطی، نیازنداشتن به تکرار در برآورد مقادیر اولیه، تعداد اندک پارامترهای مجهول و در نتیجه، نیاز به نقاط کنترل کمتر و وابسته‌نبودن به پارامترهای کالیبراسیون سنجنده است (دادرس جوان، ۱۳۸۷). هندسه تبدیل افاین سه‌بعدی موازی است و هندسه بیشتر تصاویر ماهواره‌ای به صورت پویا است؛ به طوری که در راستای سطرها، هندسه تصویر موازی و در راستای ستون‌ها، هندسه تصویر به پروژکتیو است. این سبب بالابودن دقت تصحیح هندسی، با استفاده از مدل افاین، در راستای سطرها و پایین‌بودن دقت در راستای ستون‌ها می‌شود. معادلات افاین با رابطه (۱) بدین صورت بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} r &= A_0 + A_1 X + A_2 Y + A_3 Z \\ c &= B_0 + B_1 X + B_2 Y + B_3 Z \end{aligned} \quad \text{رابطه (۱)}$$

1. Ground Control Points (GCPs)
2. Affine

۲-۱-۲- تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی

این تابع حالت خاصی از توابع رشنال^۱ شمرده می‌شود که در آن پلی‌نومیال‌های مورد استفاده در صورت و مخرج کسرها، توابع رشنال از درجه یک و مخرج کسرها یکسان نیستند. این تبدیل از هندسه پروژکتیو تبعیت می‌کند؛ یعنی اصل Cross-Ratio به خوبی در این معادلات برقرار است. این تبدیل، در فضای سه‌بعدی، رابطه‌ای با چهارده پارامتر مجهول مستقل دارد.

تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، با رابطه (۳)، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = H_{4 \times 4} \begin{pmatrix} W_X \\ W_Y \\ W_Z \\ W_1 \end{pmatrix} \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$\begin{aligned} X &= \frac{A_0 + A_1 X + A_2 Y + A_3 Z}{1 + C_1 X + C_2 Y + C_3 Z} \\ Y &= \frac{B_0 + B_1 X + B_2 Y + B_3 Z}{1 + D_1 X + D_2 Y + D_3 Z} \end{aligned} \quad \text{رابطه (۳)}$$

۲-۱-۳- مدل Direct Linear Transformation (DLT)

در این روش، ارتباط مستقیم بین سیستم مختصات تصویری و سیستم مختصات زمینی برقرار می‌شود (میلان لک، ۱۳۷۸). این معادله، در واقع، حالت ساده‌تری از توابع رشنال به شمار می‌رود. از ویژگی‌های مدل DLT می‌توان به ساده بودن الگوریتم مورد نظر، سرعت محاسبات بالا و خطی بودن معادلات اشاره کرد (بیشین). در این معادله، یازده پارامتر مجهول برای هر تصویر وجود دارد که ارتباط مستقیم بین فضای تصویر و زمین برقرار می‌کنند و عواملی همچون دقت عوارض کنترل زمینی، خطاهای تصویری و میزان نسبت باز به

ارتفاع در دقت معادلات DLT دخالت دارند.

معادلات DLT، طبق رابطه (۴)، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} X &= \frac{A_0 + A_1 X + A_2 Y + A_3 Z}{1 + C_1 X + C_2 Y + C_3 Z} \\ Y &= \frac{B_0 + B_1 X + B_2 Y + B_3 Z}{1 + C_1 X + C_2 Y + C_3 Z} \end{aligned} \quad \text{رابطه (۴)}$$

۲-۱-۴- مدل Self-Calibration Direct Linear Transformation (SDLT)

مدل DLT شامل یازده پارامتر انتقال مجهول برای ایجاد ارتباط بین فضای تصویر و زمین است. در این روش، کل تصویر مانند عکسی هوایی و با هندسه ثابت در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، دقت پردازش هندسی تصاویر ماهواره‌ای با هندسه پویا، از لحاظ تئوری، کمتر از پردازش هندسی این تصاویر با معادلات فیزیکی، همچون شرط هم‌خطی است. اکاموتو^۲ و همکاران (۱۹۹۹)، برای توصیف هندسه خطی سنجنده‌ها در فتوگرامتری فضایی، مدل SDLT را بر پایه مدل DLT تعمیم داده و با افزودن پارامتری مجهول در سیستم مختصات عکسی، دقت مدل DLT را بهبود داده‌اند. در این روش، دوازده پارامتر انتقال، بین فضای دوبعدی تصویر و سه‌بعدی زمین، رابطه برقرار می‌کنند.

معادلات SDLT، طبق رابطه (۵)، بدین ترتیب بیان

می‌شود:
رابطه (۵)

$$\begin{aligned} X_p &= \frac{A_0 + A_1 X + A_2 Y + A_3 Z}{1 + C_1 X + C_2 Y + C_3 Z} \\ Y_p &= \frac{B_0 + B_1 X + B_2 Y + B_3 Z}{1 + C_1 X + C_2 Y + C_3 Z} + C_4 X_p Y_p \end{aligned}$$

1. rational function
2. Okamoto

۲-۱-۵- مدل Pushbroom-Projective

در انواع سنجنده‌ها با هندسه پویا، تصویرسازی از نما در جهت محور Y از نوع پرسپکتیو و در جهت حرکت سنجنده، یعنی محور X ها، موازی است. بنابراین باید به دنبال رابطه ریاضی مناسبی برای تصاویر ماهواره‌ای با هندسه تصویرسازی پویا بود. مدل ریاضی یک تصویر با هندسه پویا حالت خاصی از روابط افاین و پروژکتیو محسوب می‌شود. در مدل ریاضی افاین سه بعدی، فرض بر آن است که امتداد تصویرسازی و پرتوهای تصویرساز با هم موازی‌اند. از سویی، اگر ارتباط دو فضا در قالب هندسه پرسپکتیو ایجاد شود و بخواهیم روابط بین دو فضا را بنویسیم، باید از روابط پروژکتیو استفاده کنیم. بنا به دلایلی همچون ارتفاع زیاد سنجنده از سطح، اندازه کوچک پیکسل، فاصله کانونی زیاد و هندسه تصویربرداری، استفاده از مدل ریاضی Pushbroom-Projective توجیه می‌شود.

معادلات Pushbroom-Projective، با رابطه (۶)،

چنین بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} x &= A_0 + A_1 X + A_2 Y + A_3 Z \\ y &= \frac{B_0 + B_1 X + B_2 Y + B_3 Z}{1 + C_1 X + C_2 Y + C_3 Z} \end{aligned} \quad \text{رابطه (۶)}$$

که در این روش، یازده پارامتر مجهول داریم.

۲-۱-۶- تابع رشنال با مخرج مساوی

یکی از پرکاربردترین مدل‌های غیرپارامتریک مدل توابع کسری (RFM) است. این مدل جایگزینی برای مدل‌های پارامتریک، همچون شرط هم خطی در حل مسئله ترفیع، معرفی شده است. این مدل، که در سال‌های اخیر مورد توجه محققان قرار گرفته، از نسبت دو تابع درجه سه تشکیل شده است. ضرایب این معادلات را ضرایب چندجمله‌ای‌های کسری می‌شناسند.

شکل کلی این معادلات کسری، با رابطه (۷)،

به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} r &= \frac{P_1(X, Y, Z)}{P_3(X, Y, Z)} \\ c &= \frac{P_2(X, Y, Z)}{P_3(X, Y, Z)} \end{aligned} \quad \text{رابطه (۷)}$$

در این رابطه، P_i ها نشان‌دهنده توابع چندجمله‌ای درجه سه‌اند که، در رابطه (۸)، این‌گونه نشان داده می‌شوند:

$$P_i(X, Y, Z) = \sum_{j=1}^n a_j t_j(X, Y, Z) \quad \text{رابطه (۸)}$$

در رابطه بالا، c و r مختصات پیکسلی و X, Y, Z مختصات نقاط در فضای زمینی‌اند.

۲-۱-۷- شیوه اجرای خطوط در معادلات

پارامتریک و غیرپارامتریک

برای استفاده از عوارض خطی در حل معادلات پارامتریک و غیرپارامتریک، از فرم پارامتریک خط، طبق رابطه (۹)، استفاده می‌شود.

$$y = mx + b \quad \text{رابطه (۹)}$$

در معادله بالا، m شیب خط در فضای تصویر و b عرض از مبدأ خطوط کنترل است که، برای هر خط، جداگانه حساب می‌شود. (x, y) مختصات نقاط ابتدا و انتهای خطوط کنترل در فضای تصویرند. این مختصات برای تعریف خطوط و محاسبه پارامترهای خط به کار می‌روند. از معادله زیر نیز برای ایجاد ارتباط بین فضای تصویر و زمین، با استفاده از عوارض کنترلی خط، استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} x &= F(X, Y, Z) \\ y &= G(X, Y, Z) \end{aligned} \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

با جایگذاری رابطه (۱۰) در رابطه (۹)، معادله مورد نظر حل می‌شود و می‌توان پارامترهای مجهول را محاسبه کرد.

۲-۲- داده‌های مورد استفاده

بخشی از منطقه مورد بررسی، مطابق تصویر، منطقه‌ای جنگلی و پوشیده از درخت است. بخش دیگر آن کوهستانی است و بخشی دیگر نیز مناطق مسکونی را شامل می‌شود. این تصویر دارای سه عارضه متفاوت است.

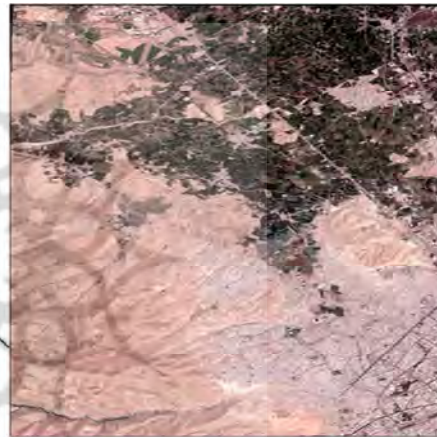
• داده IKONOS تصویری، با ابعاد ۱۰۹۷۶ در ۱۵۱۰۸ از منطقه همدان، با آزیموت اسکن ۲۰/۴ درجه و اندازه پیکسل ۱ متر دریافت شده است. در داده IKONOS از منطقه همدان، ۳۷ نقطه کنترل متناظر و ۴۲ خط کنترل متناظر، در فضای زمین و تصویر، به روش دستی استخراج شده است.

داده‌های به کاررفته در این تحقیق، به ترتیب، عبارت‌اند از:

- تصویر ماهواره‌ای GeoEye-1 با قدرت تفکیک بالا، از شهر ارومیه در شمال غرب ایران، که دارای آزیموت اسکن ۲۶۹/۷۱ درجه و ابعاد ۳۰۷۸۴ در ۱۹۲۲۰ پیکسل و نیز اندازه پیکسل ۰/۵ متر است. همچنین، نقشه ۱:۲۰۰۰ منطقه مورد نظر، به منزله داده برداری که سازمان نقشه برداری کشور تهیه کرده، به کار رفته است. از داده نقشه و تصویر، ۸۱ خط متناظر به منزله خطوط کنترلی و ۸۴ نقطه کنترلی متناظر، به روش دستی، استخراج شده است.



(ب)

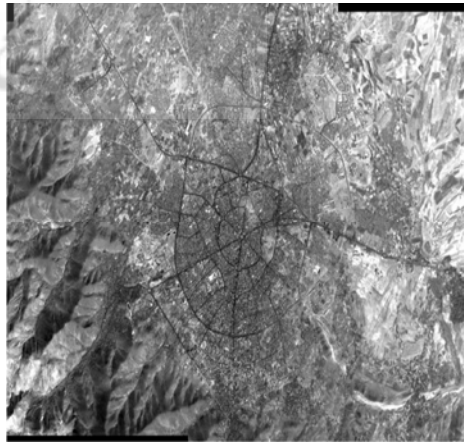


(الف)

شکل ۲. (الف) تصویر ماهواره‌ای Geoeye-1 از منطقه ارومیه؛ (ب) نقشه برداری از منطقه مورد بررسی



(ب)



(الف)

شکل ۳. (الف) تصویر ماهواره‌ای IKONOS از منطقه همدان؛ (ب) نقشه برداری از منطقه مورد بررسی

معادلات به دست می‌آیند. پس از محاسبه پارامترهای انتقال، از نقاط چک برای ارزیابی نتایج و محاسبه دقت (RMSE) استفاده می‌شود. همچنین، به منظور بررسی قابلیت مدل‌های مورد نظر در حذف خطاهای سیستماتیک، دیاگرام بردار باقی‌مانده‌ها برای نتایج به دست آمده ارائه شده است.

بر این اساس، نتایج آزمون در جدول‌های ۱، ۲، ۵ و ۶، برای داده GeoEye-1، و در جدول‌های ۳، ۴، ۷ و ۸، برای داده IKONOS، بیان شده است. افزون بر این، دیاگرام بردار باقی‌مانده‌ها، با بزرگ‌نمایی ۵۰۰، روی مجموعه داده مورد استفاده برای بالاترین دقت، برای هر دو داده، نیز نمایش داده شده است.

شکل ۳ شامل تصویر و نقشه برداری از منطقه همدان است. بخش مرکزی این تصویر را منطقه شهری پوشش داده و بخشی از اطراف تصویر، همان‌طور که مشاهده می‌شود، منطقه کوهستانی است.

۳- نتایج و بحث

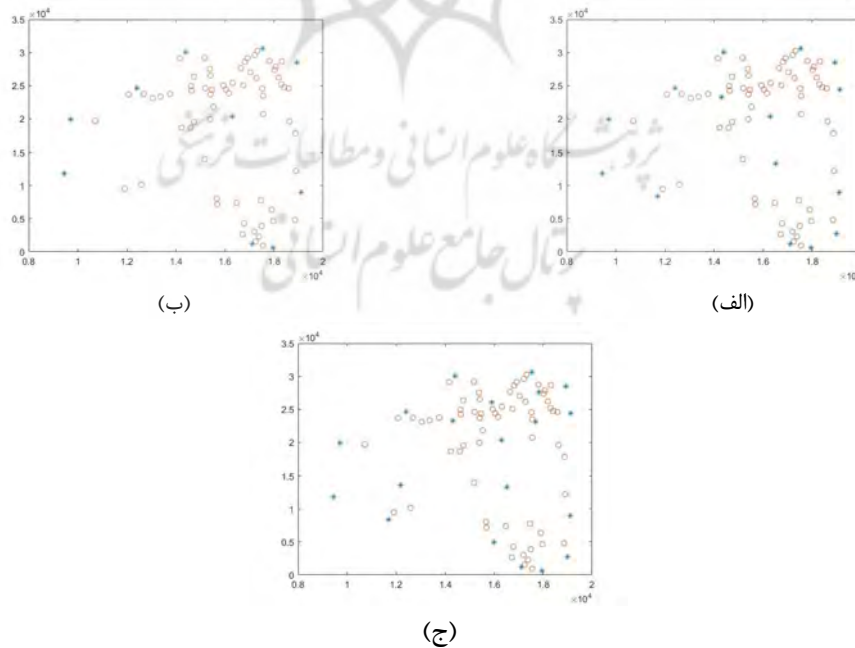
در این بخش، معادلات غیرپارامتریک شامل مدل افاین سه‌بعدی، تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، تابع رشنال با مخرج مساوی، معادلات DLT، SDLT و Pushbroom-Projective برای داده‌های به‌کاررفته، با استفاده از عوارض کنترلی نقطه و خط، حل و تأثیر این عوارض در دقت معادلات بررسی شده است. ابتدا، به کمک نقاط و خطوط کنترلی، پارامترهای انتقال

جدول ۱. اثر استفاده از عوارض کنترلی نقطه در حل معادله افاین سه‌بعدی، تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، معادلات DLT، Pushbroom- Projective و SDLT برای داده GeoEye-1

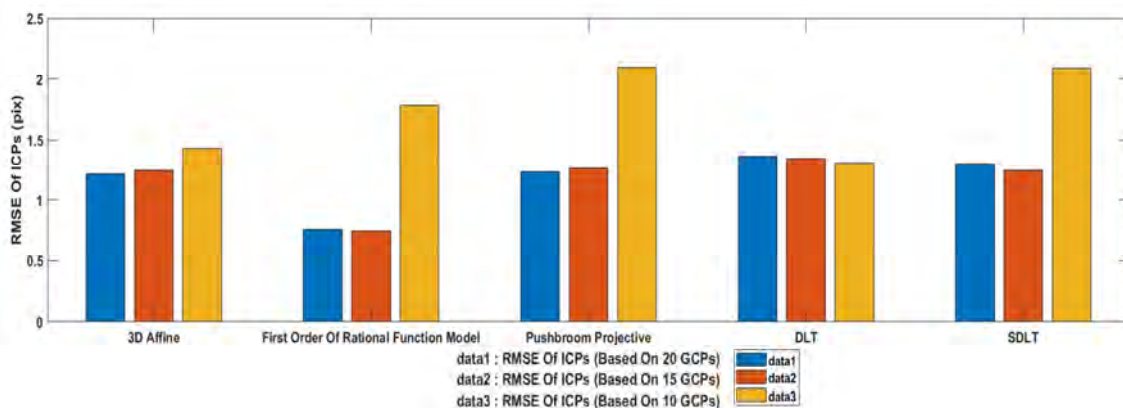
RMSE نقاط چک (بر حسب پیکسل)			RMSE
۱۰ نقطه کنترل	۱۵ نقطه کنترل	۲۰ نقطه کنترل	معادلات غیرپارامتریک
۶۴ نقطه چک	۶۴ نقطه چک	۶۴ نقطه چک	
۱/۴۲۸۵	۱/۲۴۵۵	۱/۲۱۶۳	افاین سه‌بعدی
۱/۷۸۰۷	۰/۷۵۰۸	۰/۷۶۲۲	تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی
۲/۰۹۷۴	۱/۲۶۶۰	۱/۲۳۳۹	Pushbroom-Projective
۱/۳۱۱۰	۱/۳۴۵۰	۱/۳۶۴۶	DLT
۲/۰۸۹۹	۱/۲۴۵۱	۱/۲۹۹۱	SDLT

جدول ۲. اثر استفاده از عوارض کنترلی نقطه در حل تابع رشنال با مخرج مساوی، در ترم‌های گوناگون، برای داده GeoEye-1

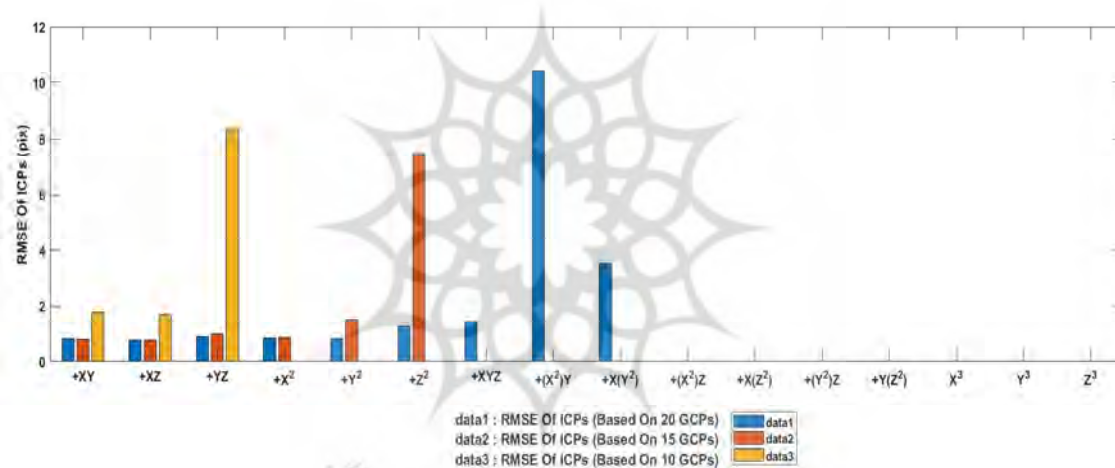
RMSE نقاط چک (برحسب پیکسل)			RMSE
۱۰ نقطه کنترل ۶۴ نقطه چک	۱۵ نقطه کنترل ۶۴ نقطه چک	۲۰ نقطه کنترل ۶۴ نقطه چک	معادلات غیرپارامتریک
۱/۷۹۶۱	۰/۷۸۵۷	۰/۸۰۷۵	+XY
۱/۶۸۷۹	۰/۷۵۵۴	۰/۷۶۵۹	+XZ
۸/۳۴۴۹	۰/۹۹۸۷	۰/۸۸۱۶	+YZ
	۰/۸۶۹۴	۰/۸۳۸۳	+X ^۲
	۱/۵۲۵۳	۰/۸۲۲۵	+Y ^۲
	۷/۴۸۴۹	۱/۲۶۶۵	+Z ^۲
		۱/۴۴۴۴	+XYZ
		۱۰/۴۴۱۰	+(X ^۲)Y
		۳/۵۳۱۰	+X(Y ^۲)
			+(X ^۲)Z
			+X(Z ^۲)
			+(Y ^۲)Z
			+Y(Z ^۲)
			+X ^۳
			+Y ^۳
			+Z ^۳



شکل ۴. توزیع نقاط کنترل داده GeoEye-1: (الف) توزیع ۱۰ نقطه کنترل (ستاره‌های آبی نقاط کنترل اند و دایره‌های نارنجی نقاط چک محسوب می‌شوند)؛ (ب) توزیع ۱۵ نقطه کنترل؛ (ج) توزیع ۲۰ نقطه کنترل



شکل ۵. نمودار RMSE نقاط چک معادلات غیرپارامتریک معادله افاین سه‌بعدی، تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، معادلات DLT، SDLT و Pushbroom- Projective، براساس عوارض کنترلی نقطه برای داده GeoEye-1



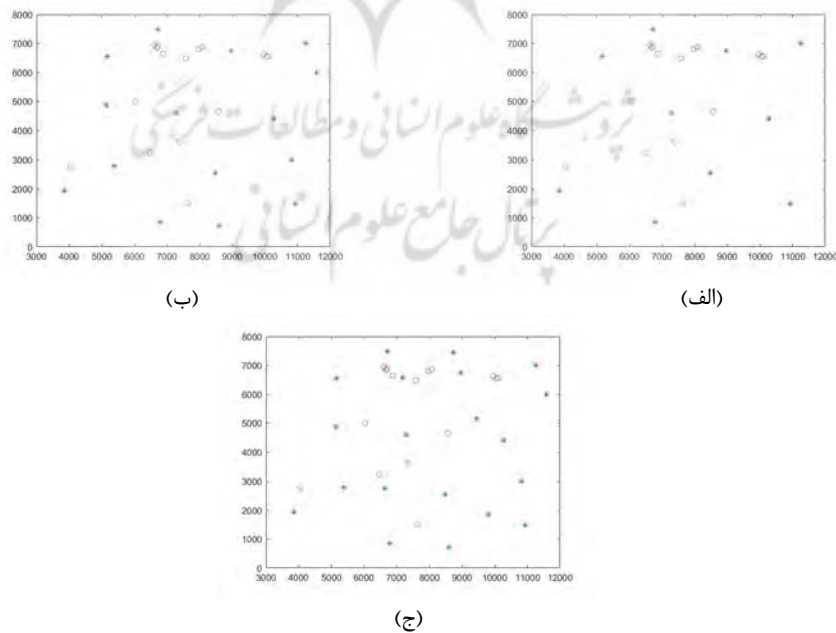
شکل ۶. نمودار RMSE نقاط چک برای ترم‌های تابع رشنال با مخرج مساوی، براساس عوارض کنترلی نقطه برای داده GeoEye-1

جدول ۳. اثر استفاده از عوارض کنترلی نقطه در حل معادله افاین سه‌بعدی، تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، معادلات DLT، SDLT و Pushbroom-Projective برای داده IKONOS

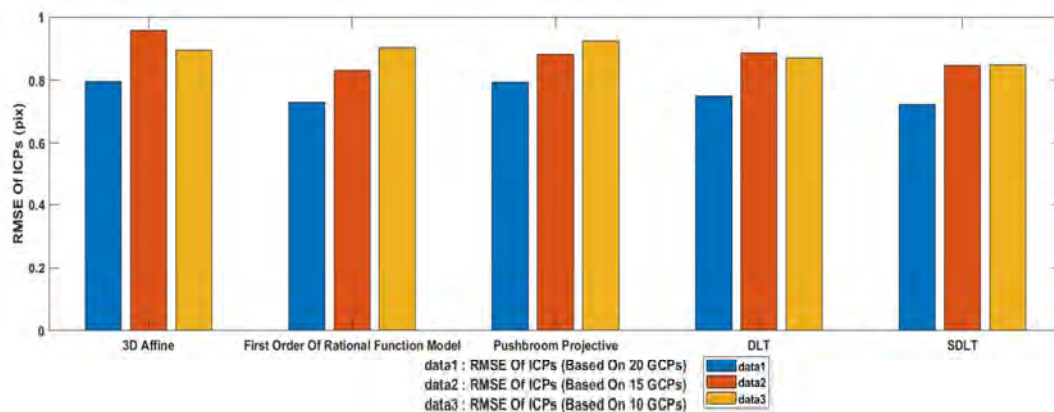
RMSE نقاط چک (برحسب پیکسل)			RMSE
۱۰ نقطه کنترلی	۱۵ نقطه کنترلی	۲۰ نقطه کنترلی	معادلات غیرپارامتریک
۱۷ نقطه چک	۱۷ نقطه چک	۱۷ نقطه چک	
۰/۸۹۷۵	۰/۹۵۷۰	۰/۷۹۵۹	افاین سه‌بعدی
۰/۹۰۲۳	۰/۸۳۱۶	۰/۷۲۸۲	تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی
۰/۹۲۳۵	۰/۸۸۲۱	۰/۷۹۴۶	Pushbroom-Projective
۰/۸۷۲۸	۰/۸۸۸۵	۰/۷۴۶۸	DLT
۰/۸۴۹۲	۰/۸۴۸۵	۰/۷۲۰۲	SDLT

جدول ۴. اثر استفاده از عوارض کنترل نقطه در ترم‌های تابع رشنال با مخرج مساوی، در ترم‌های متفاوت، برای داده IKONOS

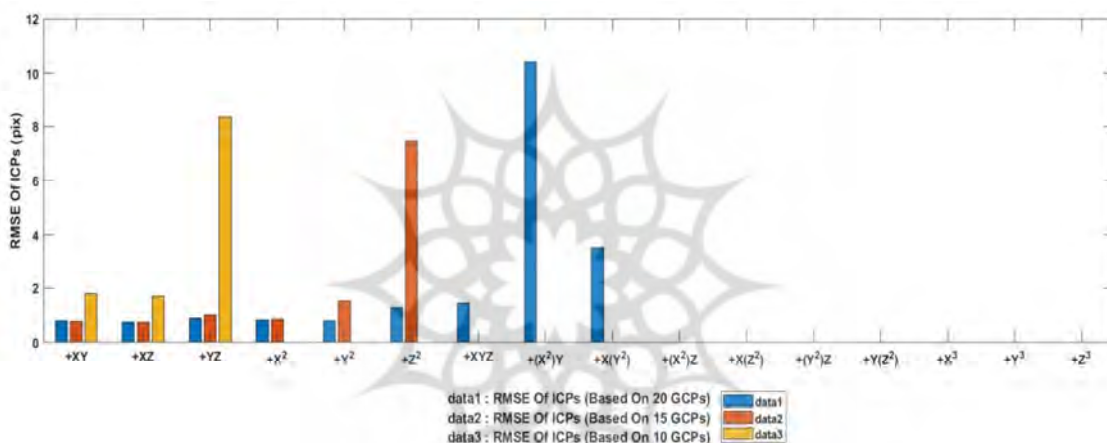
RMSE نقاط چک (برحسب پیکسل)			RMSE
۱۰ نقطه کنترل ۱۷ نقطه چک	۱۵ نقطه کنترل ۱۷ نقطه چک	۲۰ نقطه کنترل ۱۷ نقطه چک	معادلات غیر پارامتریک
۰/۸۳۱۳	۰/۷۷۲۹	۰/۶۸۶۶	+XY
۱/۳۴۲۷	۰/۸۰۳۵	۰/۷۱۴۶	+XZ
۳۰/۴۳۳۱	۱/۰۱۸۳	۰/۷۹۳۵	+YZ
	۰/۹۶۷۳	۰/۷۶۵۷	+X ^۲
	۱/۱۴۰۳	۰/۷۱۱۲	+Y ^۲
	۱/۰۸۵۶	۰/۸۱۲۳	+Z ^۲
	۳۱/۲۹۳۵	۱/۶۴۹۰	+XYZ
		۲/۷۳۴۸	+(X ^۲)Y
		۵/۴۳۰۶	+X(Y ^۲)
		۱۶۶/۸۲۱۷	+(X ^۲)Z
		۴۱۸/۷۱۰۰	+X(Z ^۲)
		۲۰/۳۷۶۱	+(Y ^۲)Z
			+Y(Z ^۲)
			+X ^۳
			+Y ^۳
			+Z ^۳



شکل ۷. توزیع نقاط کنترل داده IKONOS: (الف) توزیع ۱۰ نقطه کنترل (ستاره‌های آبی نقاط کنترل و دایره‌های نارنجی نقاط چک محسوب می‌شوند)؛ (ب) توزیع ۱۵ نقطه کنترل؛ (ج) توزیع ۲۰ نقطه کنترل



شکل ۸. نمودار RMSE نقاط چک معادلات غیرپارامتریک معادله افاین سه بعدی، تابع رشنال درجه یک با مخرج های نامساوی، معادلات DLT، Pushbroom- Projective و SDLT، براساس عوارض کنترلی نقطه، برای داده IKONOS



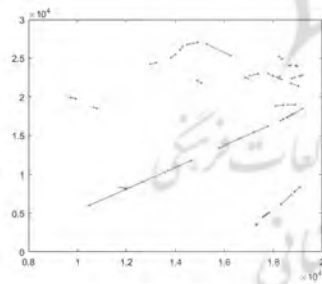
شکل ۹. نمودار RMSE نقاط چک در ترم های گوناگون تابع رشنال مخرج مساوی، براساس عوارض کنترلی نقطه، برای داده IKONOS

جدول ۵. اثر استفاده از عوارض کنترلی خط در حل معادله افاین سه بعدی، تابع رشنال درجه یک با مخرج های نامساوی، معادلات DLT، Pushbroom- Projective و SDLT، برای داده GeoEye-1

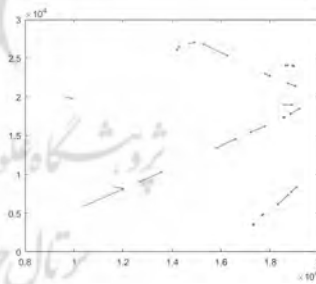
RMSE نقاط چک (برحسب پیکسل)			RMSE
۲۰ خط کنترل ۶۴ نقطه چک	۴۰ خط کنترل ۶۴ نقطه چک	۸۱ خط کنترل ۶۴ نقطه چک	معادلات غیرپارامتریک
۲/۴۴۹۱	۲/۱۹۰۴	۲/۶۸۸۵	افاین سه بعدی
۲/۵۴۴۱	۲/۰۷۴۰	۳/۱۲۵۳	تابع رشنال درجه یک با مخرج های نامساوی
۲/۵۱۸۸	۲/۱۵۳۸	۲/۸۵۵۱	Pushbroom-Projective
۲/۳۹۴۳	۲/۱۶۵۲	۲/۴۰۳۷	DLT
۲/۳۷۸۰	۲/۱۷۱۰	۲/۴۱۳۶	SDLT

جدول ۶. تأثیر استفاده از عوارض کنترلی خط در حل تابع رشنال مخرج مساوی، در ترم‌های گوناگون، برای داده GeoEye-1

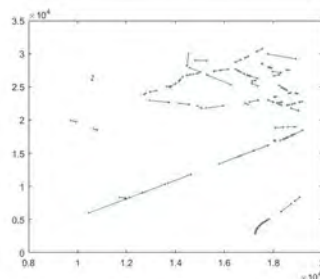
RMSE نقاط چک (برحسب پیکسل)			RMSE
۲۰ خط کنترل ۶۴ نقطه چک	۴۰ خط کنترل ۶۴ نقطه چک	۸۱ خط کنترل ۶۴ نقطه چک	معادلات غیرپارامتریک
۱۲/۹۱۹۹	۱/۹۹۳۳	۳/۰۳۶۷	+XY
۱۱/۹۸۳۹	۲/۰۹۰۳	۳/۷۹۴۳	+XZ
۱۴۷/۷۶۳۳	۵/۳۲۱۰	۴/۸۴۱۵	+YZ
۴۳/۳۷۵۸	۶/۸۰۵۱	۵/۲۱۷۳	+X ²
۲۲۲/۱۷۴۰	۱۸/۳۷۴۶	۴/۰۴۷۸	+Y ²
۷۸/۰۱۲۷	۴۸/۱۲۰۴	۳۰/۹۸۲۸	+Z ²
۱۵۸/۱۹۹۹	۱۹/۵۴۲۵	۶/۰۲۰۴	+XYZ
۳۶۸/۲۷۹۸	۱۳/۶۱۹۲	۴/۶۵۷۲	+(X ²)Y
۶۵۱/۰۵۴۰	۵۴/۰۴۸۳	۱۴/۶۸۱۲	+X(Y ²)
	۱۳/۸۱۹۹	۸/۷۵۶۷	+(X ²)Z
	۱۱۱/۰۳۷۱	۷/۲۵۳۸	+X(Z ²)
	۳۲/۳۳۰۳	۴۶/۱۲۴۷	+(Y ²)Z
	۱۰۶/۲۳۸۰	۴/۹۱۶۵	+Y(Z ²)
	۲۴/۵۰۴۶	۱۷۹/۷۰۳۲	+X ³
	۴۲/۷۷۰۱	۴۷/۱۷۲۹	+Y ³
	۳۱۵/۶۳۳۷	۲۸/۷۴۸۶	+Z ³



(ب)

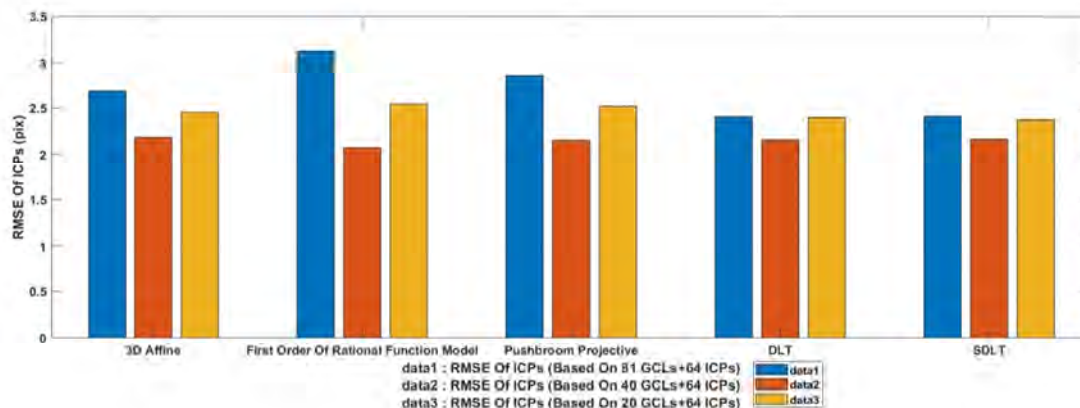


(الف)

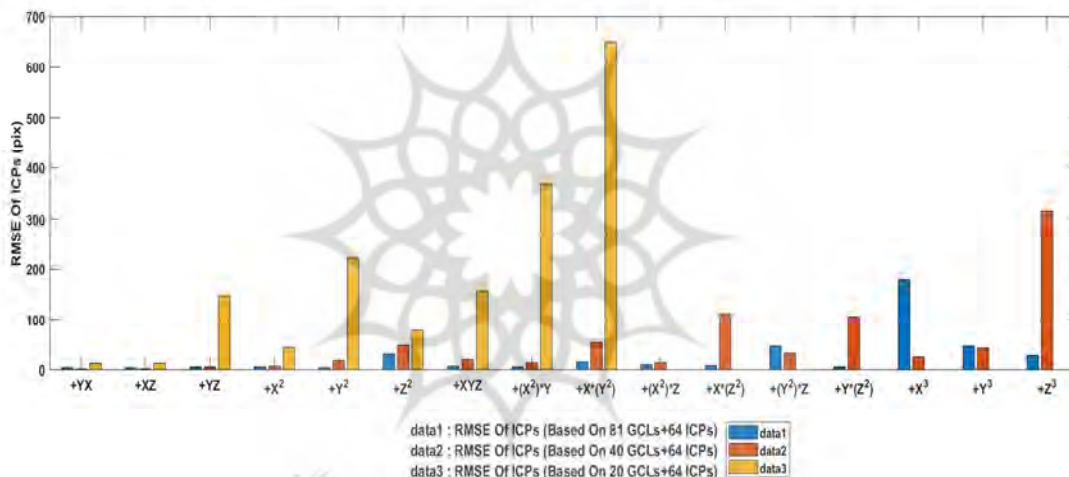


(ج)

شکل ۱۰. توزیع خطوط کنترل داده Geoeye-1: (الف) توزیع ۲۰ خط کنترل؛ (ب) توزیع ۴۰ خط کنترل؛ (ج) توزیع ۸۱ خط کنترل



شکل ۱۱. نمودار RMSE نقاط چک معادلات غیرپارامتریک افاین سه‌بعدی، تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، معادلات DLT، Pushbroom- Projective و SDLT، براساس عوارض کنترلی خط، برای داده GeoEye-1



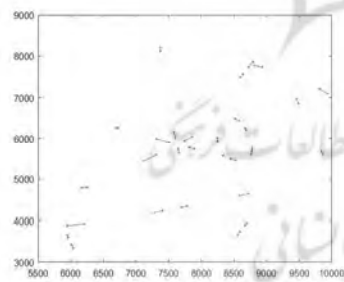
شکل ۱۲. نمودار RMSE نقاط چک تابع رشنال مخرج مساوی، براساس عوارض کنترلی خط، برای داده GeoEye-1

جدول ۷. اثر استفاده از عوارض کنترلی خط در حل معادله افاین سه‌بعدی، تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، معادلات DLT، Pushbroom- Projective و SDLT برای داده IKONOS

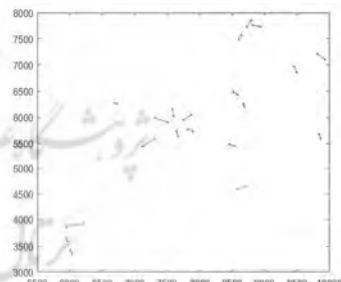
RMSE نقاط چک (برحسب پیکسل)			RMSE
۲۰ خط کنترل ۱۷ نقطه چک	۳۰ خط کنترل ۱۷ نقطه چک	۴۲ خط کنترل ۱۷ نقطه چک	معادلات غیرپارامتریک
۳/۱۴۸۴	۲/۲۹۶۹	۱/۷۷۵۴	افاین سه‌بعدی
۵/۹۶۷۴	۴/۰۸۸۲	۱/۵۲۵۴	تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی Pushbroom-Projective
۳/۰۰۲۰	۶/۲۲۹۶	۳/۱۶۴۵	DLT
۳/۹۵۷۵	۲/۰۱۲۳	۱/۷۸۸۷	DLT
۴/۲۵۲۱	۲/۳۹۷۵	۱/۶۶۴۳	SDLT

جدول ۸. اثر استفاده از عوارض کنترلی خط در حل تابع رشنال مخرج مساوی، در ترم‌های گوناگون، برای داده IKONOS

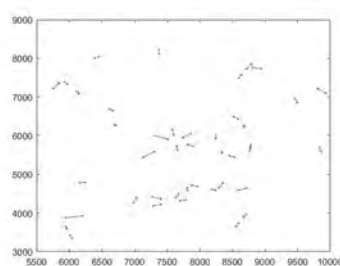
RMSE نقاط چک (برحسب پیکسل)			RMSE
۲۰ خط کنترل ۱۷ نقطه چک	۳۰ خط کنترل ۱۷ نقطه چک	۴۲ خط کنترل ۱۷ نقطه چک	معادلات غیرپارامتریک
۱۲/۶۷۳۱	۶/۰۸۸۹	۱/۷۱۱۵	+XY
۲۳/۸۶۰۶	۷/۷۹۰۴	۱۳/۹۷۰۳	+XZ
۴۱/۴۸۴۲	۲۴/۱۹۶۲	۳۴/۴۲۸۰	+YZ
۲۲/۱۶۵۹		۴۶/۹۵۸۱	+X ²
۸/۶۹۶۹	۱۷/۸۰۴۴	۱۲/۷۱۳۷	+Y ²
۹/۹۵۹۴	۱۲/۴۰۴۳	۷/۵۸۸۵	+Z ²
۱۱/۶۴۴۹	۱۲/۶۹۵۲	۵/۹۶۹۹	+XYZ
۶۸/۱۹۷۸	۱۵/۴۰۰۳	۴/۸۰۳۲	+(X ²)Y
۴۹/۶۳۱۵	۱۵/۸۲۴۸	۷/۰۵۲۹	+X(Y ²)
۲۳۰/۰۷۸۶	۸۲/۲۳۴۴	۱۸/۵۴۸۴	+(X ²)Z
۷۸۲/۹۰۴۰	۹۳/۴۱۲۸	۶۶/۱۳۵۸	+X(Z ²)
	۲۵۱/۰۸۷۰	۱۷/۹۹۶۷	+(Y ²)Z
	۶۲/۱۱۵۹	۴۵/۸۸۸۴	+Y(Z ²)
	۲۱۲/۰۰۷۱	۵۷/۹۰۵۶	+X ³
	۱۹۳/۹۵۸۴	۲۸۸/۹۶۶۳	+Y ³
	۳۱۲/۳۱۳۲	۳۰/۸۱۱۳	+Z ³



(ب)

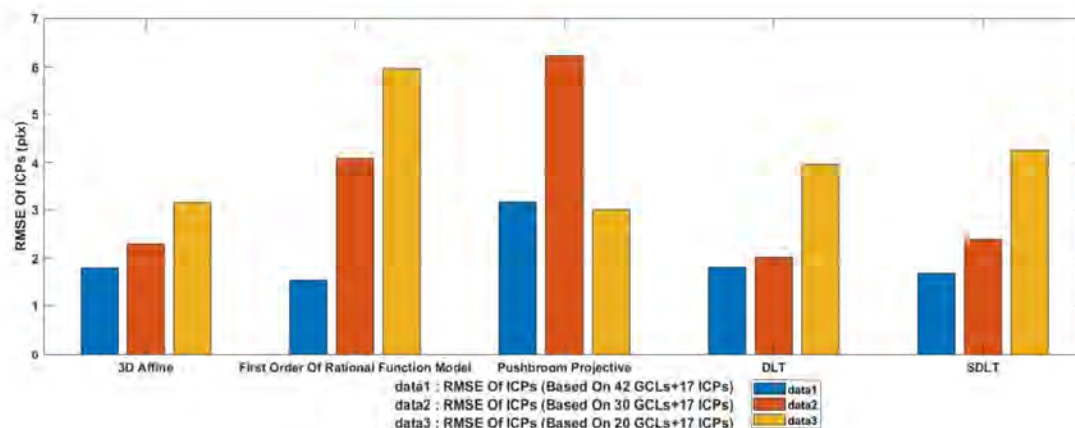


(الف)

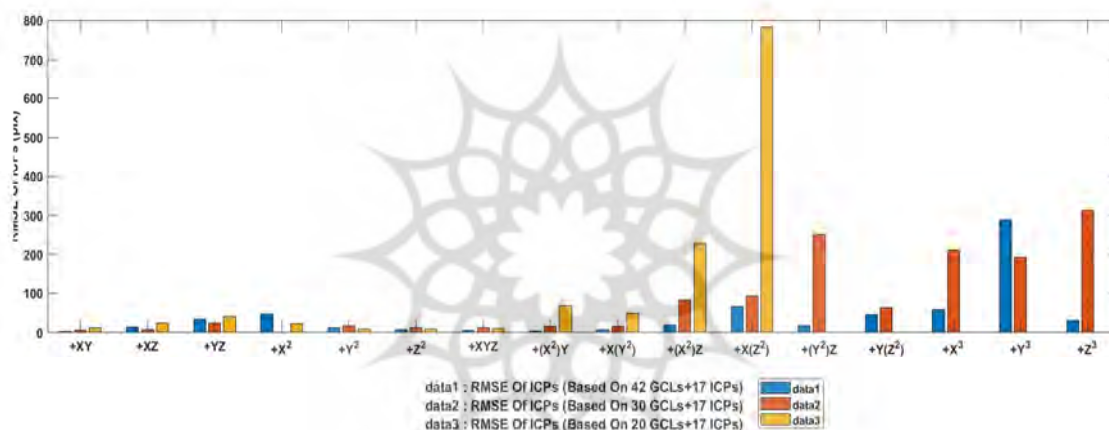


(ج)

شکل ۱۳. توزیع خطوط کنترل داده IKONOS: (الف) توزیع ۲۰ خط کنترل؛ (ب) توزیع ۳۰ خط کنترل؛ (ج) توزیع ۴۲ خط کنترل



شکل ۱۴. نمودار RMSE نقاط چک معادلات غیرپارامتریک افاین سه‌بعدی، تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، معادلات DLT، SDLT و Pushbroom- Projective، براساس عوارض کنترلی خط، برای داده IKONOS



شکل ۱۵. نمودار RMSE نقاط چک تابع رشنال با مخرج مساوی، براساس عوارض کنترلی خط، برای داده IKONOS

نقطه و خط، نشان می‌دهد که مدل‌های مورد استفاده قابلیت حذف کامل خطاهای سیستماتیک را ندارند. همچنین مطابق با نتایج، دقت حل مدل‌های مورد نظر، با استفاده از خطوط کنترلی، به مراتب کمتر از حل مدل‌های مذکور با نقاط کنترلی است. دقت نتایج حاصل از حل مدل‌های ریاضی غیرپارامتریک، با استفاده از نقاط کنترلی، به زیرپیکسل نیز می‌رسد؛ یعنی استفاده از عوارض کنترلی خط تا حدودی خطاهای سیستماتیک را افزایش می‌دهد. تصاویر ماهواره‌ای به کاررفته در این پژوهش دارای هندسه پویا هستند؛ یعنی هر خط تصویری دارای هندسه مستقل

نتایج به دست آمده نشان می‌دهد دقت مدل‌های غیرپارامتریک به تعداد، شیوه توزیع، دقت اطلاعات کنترلی و نوع عارضه کنترلی مرتبط است. همچنین، به علت نبود تفسیر فیزیکی پارامترهای مدل‌های غیرپارامتریک، عواملی همچون توپوگرافی منطقه، به همراه نوع و هندسه تصاویر مورد استفاده، در انتخاب نوع مدل غیرپارامتریک برای تصحیح هندسی تصاویر ماهواره‌ای منطقه مؤثر است. بررسی نتایج حاصل از حل معادله غیرپارامتریک افاین سه‌بعدی، تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، تابع رشنال با مخرج مساوی، معادلات DLT، SDLT و Pushbroom-Projective، با استفاده از عوارض کنترلی

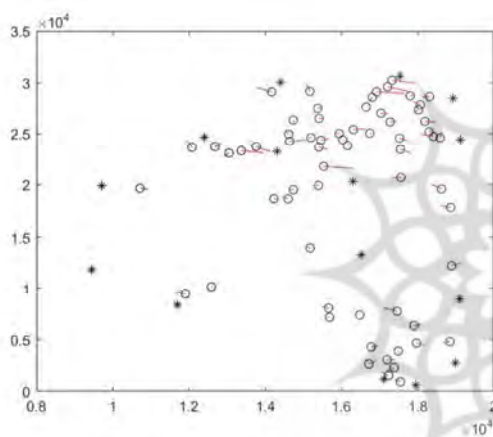
خط، ترم‌های پایین با ۴۰ خط کنترل دقت بالاتری دارند. با افزایش ترم‌های تابع رشنال، دقت کاهش می‌یابد و به عوارض کنترلی بیشتری نیاز است. در داده دوم، با استفاده از عوارض کنترلی خط، استفاده از توزیع ۴۲ تایی خطوط بیشترین دقت را دارد.

همچنین در این مقاله، استفاده از معادله Pushbroom-Projective ایده‌ای جدید محسوب می‌شد. هدف از این معادله بهبود دقت نتایج، با ترکیب مدل ریاضی افاین سه‌بعدی و تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی بود. پس در واقع، هدف از به‌کاربردن این مدل بهبود دقت است. در حقیقت، فرض اولیه این است که، با توجه به هندسه خطی تصاویر ماهواره‌ای، مدل افاین سه‌بعدی در راستای سطرهای تصویر و تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی در راستای ستون‌های تصویر نیز دقت بیشتری دربر داشته باشد و با ترکیب این دو، دقت بهبود یابد. در داده Geoeye-1، وقتی از عوارض کنترلی نقطه استفاده شود، دقت نتایج مدل ترکیبی Pushbroom-Projective کمتر از دقت مدل‌های افاین سه‌بعدی و تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی است. جزئیات دقت در راستای سطر و ستون تصویر دو معادله افاین سه‌بعدی و تابع رشنال درجه یک با مخرج نامساوی بررسی شده و علت این پایین‌بودن دقت این است که دقت معادله افاین سه‌بعدی، در راستای سطرهای تصویر، بسیار اندک است و در این داده، نتیجه ترکیب این معادله، در راستای سطرها، با تابع رشنال درجه یک دارای مخرج‌های نامساوی عکس فرضیه اولیه است. در داده IKONOS، این معادله نتایج بهتری دارد زیرا، علاوه بر دقت بیشتر معادله افاین با همان تعداد از نقاط کنترل در مقایسه با داده نخست، دقت این معادله، در راستای سطرها نیز، بهتر است. همچنین زمانی که خطوط به‌صورت عوارض کنترلی به‌کار رود، در داده اول، دقت این مدل ترکیبی بیشتر از

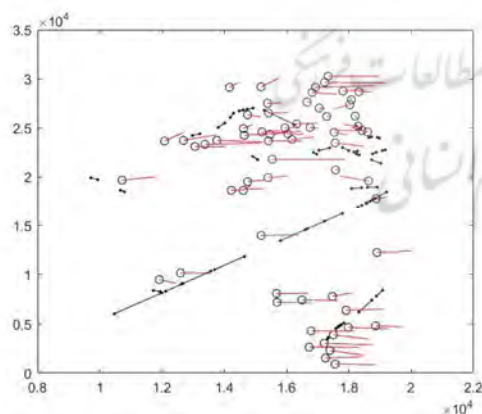
است. معادلات پارامتریک هندسه تصویر، در لحظه، تصویربرداری را بازسازی می‌کنند اما معادلات غیرپارامتریک قابلیت بازسازی هندسه تصویربرداری را ندارند. همچنین، خطاهای موجود در هر خط تصویری در تصاویر ماهواره‌ای با هندسه پویا تفاوت دارد. از سویی، برای نقاط ابتدا و انتهای خطوط استخراج‌شده، رفتار خطای مشابهی را فرض می‌کنیم؛ در حالی که نقاط ابتدا و انتهای خطوط استخراج‌شده روی خط‌های تصویری جدا از هم، با هندسه‌های متفاوت، قرار دارند. این موضوع ممکن است دلیلی برای کاهش دقت و افزایش خطای سیستماتیک، به‌نسبت استفاده از عوارض کنترلی نقطه باشد. افزایش خطاهای سیستماتیک در استفاده از عوارض کنترلی خط، به‌نسبت استفاده از عوارض کنترلی نقطه در حل معادلات مذکور، در دیاگرام بردار خطاها که در شکل ۱۶ و شکل ۱۷ آورده شده، کاملاً مشخص است.

افزون بر این، بررسی نتایج حاصل از حل معادلات غیرپارامتریک مورد نظر با استفاده از عوارض کنترلی نقطه نشان می‌دهد که افزایش نقاط کنترلی همیشه باعث افزایش دقت نمی‌شود. نتایج نشان می‌دهد، در برخی مدل‌های غیرپارامتریک، افزایش نقاط کنترلی دقت را بهبود نمی‌دهد. در داده نخست، افزایش نقاط کنترل، از ۱۰ نقطه به ۱۵ نقطه، سبب بهبود دقت تا حدود یک پیکسل می‌شود. وقتی نقاط کنترل به ۲۰ نقطه افزایش می‌یابد، همه مدل‌ها باعث افزایش دقت نمی‌شوند زیرا، با افزایش نقاط کنترل، خطا کاهش می‌یابد ولی وقتی درجه معادلات از درجه خطا بیشتر باشد، با افزایش نقاط کنترل، دقت کاهش می‌یابد. در توابع رشنال که به‌صورت معمول حل شده است، با افزایش ترم‌ها، مدل انعطاف‌پذیری بیشتری در منطقه دارد و اعوجاجات بیشتری را مدل می‌کند. اما همیشه افزایش ترم به‌معنای افزایش دقت نیست. در داده نخست، تابع رشنال با مخرج مساوی با عوارض کنترلی

بررسی نتایج درمورد داده نخست نشان می‌دهد که تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی با ۴۰ خط کنترل و نیز با ۱۵ نقطه کنترل بیشترین دقت را دارد. با تغییر در تعداد خطوط و نقاط چک، این دقت نیز تغییر می‌کند. البته در این مقاله هیچ‌یک از نتایج استفاده از خط به دقت زیرپیکسل نمی‌رسد. همچنین، مدل DLT و SDLT حساسیت زیادی به تعداد خطوط کنترلی دارند. در داده دوم، تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، با ۴۲ خط کنترل و نیز با ۲۰ نقطه کنترل، بیشترین دقت را داراست.



(الف)



(ب)

شکل ۱۶. دیاگرام بردار باقی‌مانده‌ها برای بالاترین دقت، برای داده GeoEye-1: (الف) تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی با عوارض کنترلی نقطه؛ (ب) ترم $XY+$ از تابع رشنال با مخرج مساوی با عوارض کنترلی خط

نتایج مدل تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی است. در داده دوم نیز، با کاهش عوارض کنترل به ۲۰ خط کنترل، دقت مدل‌های افاین و تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی به شدت کاهش می‌یابد و دقت این مدل ترکیبی بیشتر از نتایج مدل ریاضی افاین سه‌بعدی و تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی است. در واقع، استفاده از این مدل ترکیبی نیازمند تحلیل دقت مدل‌ها در راستای سطرها و ستون است.

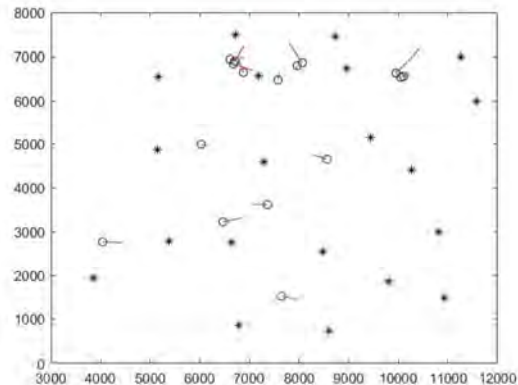
استفاده از عوارض کنترلی خط برای حل مدل‌های ریاضی، به خودی خود، باعث ایجاد خطای سیستماتیک می‌شود. کاهش خطوط کنترل، در داده اول، باعث کاهش دقت نتایج نمی‌شود و رفتار مدل‌های ریاضی در افزایش و کاهش عوارض کنترلی متفاوت است. با وجود اینکه این موضوع کاملاً به پراکندگی عوارض کنترل، نوع عارضه کنترلی و نوع معادله مورد استفاده ربط دارد؛ معادلات ریاضی غیرپارامتریک در مقابل تغییر، در تعداد عوارض کنترلی، رفتاری مشابه با هم ندارند. همچنین، رفتار معادلات ریاضی غیرپارامتریک با تغییر نوع عوارض کنترلی در داده اول و داده دوم نیز متفاوت است. یکی از دلایل این موضوع می‌تواند توپوگرافی و عوارض قابل استخراج در منطقه مورد بررسی و خطاهای موجود در منطقه باشد. همچنین، وقتی تعداد خطوط کنترلی کاهش یا افزایش می‌یابد، چون ابتدا و انتهای آن در دو خط تصویری با اعوجاج‌های متفاوت است، تأثیر آن بسیار بیشتر از کاهش یا افزایش نقاط کنترلی است. مدل SDLT با عوارض کنترلی نقطه در داده اول، با افزایش تعداد عوارض کنترلی، نتایجی بهتر از نتایج حل مدل DLT دارد. در داده دوم نیز، دقت نتایج مدل ریاضی SDLT با توجه به مدل DLT بیشتر است. در صورتی که از خطوط به‌منزله عوارض کنترلی استفاده شود، مدل SDLT دقت مدل DLT را بهبود نمی‌دهد.

افزایش می‌یابد. این موضوع ممکن است به این دلیل باشد که، براساس روش پیشنهادی، هر نقطه در فضای شیء باید روی خط مستقیمی در فضای عکسی تصویر شود اما، به علت وجود اعوجاجات در تصویر، دارای خطای سیستماتیک است. همین‌طور، در تصاویر ماهواره‌ای با هندسه پویا، هر خط تصویری هندسه مستقل دارد. بنابراین، نقاط ابتدا و انتهای خطوط کنترلی استخراج‌شده در تصویر دارای خطای یکسان نیستند.

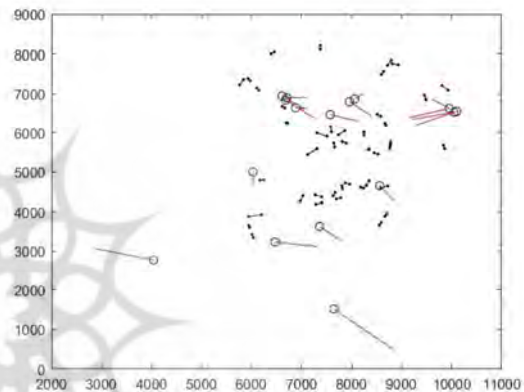
۴- نتیجه‌گیری

به‌منظور تصحیح هندسی تصاویر ماهواره‌ای با قدرت تفکیک مکانی بالا، معادلات غیرپارامتریک افاین سه‌بعدی، تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، تابع رشنال با مخرج مساوی، معادلات DLT، Pushbroom-Projective و SDLT، به‌دلیل مزایای منحصربه‌فردشان همچون عمومیت داشتن و بی‌نیاز بودن از اطلاعات اولیه، درمورد پارامترهای توجیه داخلی و خارجی و نیز مدل سنجده استفاده شده‌اند. همچنین، برای بررسی و تحلیل تأثیر عوارض کنترلی در دقت نتایج به‌دست‌آمده، این معادلات با دو نوع عوارض کنترلی نقطه و خط ارزیابی شده‌اند.

طبق نتایج به‌دست‌آمده، وابستگی معادلات غیرپارامتریک به نوع، تراکم و توزیع نقاط کنترل مشهود است. همچنین، بررسی مقادیر RMSE معادلات غیرپارامتریک با عوارض کنترلی نقطه و خط نشان می‌دهد که، هرچند استخراج اتوماتیک عوارض خطی و تناظریابی خطوط در فضای تصویر بسیار ساده‌تر است، امکان اطمینان و دقت استخراج بالایی دارد و دارای طول عمر و ماندگاری بیشتری است اما دقت حل معادلات غیرپارامتریک، با عوارض کنترل نقطه‌ای، بالاتر است. از سویی، هیچ‌یک از موارد بررسی شده قادر به حذف کامل خطاهای سیستماتیک نیست. این تست برای تصاویر Geoeye-1 از منطقه ارومیه و IKONOS از منطقه همدان انجام شده و معادلات غیرپارامتریک، با استفاده از عوارض کنترلی نقطه و خط، حل شده است.



(الف)



(ب)

شکل ۱۷. دیاگرام بردار باقی‌مانده‌ها برای بالاترین دقت، برای داده IKONOS. ترم $+XY$ از تابع رشنال با مخرج مساوی، با عوارض کنترلی نقطه؛ (ب) تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، با عوارض کنترلی خط

بررسی شکل‌های بالا وجود خطای سیستماتیک را، زمانی که از عوارض کنترلی نقطه برای حل مدل‌های ریاضی استفاده می‌شود، نشان می‌دهد. وجود خطای سیستماتیک به این دلیل است که معادلات غیرپارامتریک تمامی اعوجاجات موجود در تصویر را با هم در نظر می‌گیرد و مدلی کلی را، با استفاده از نقاط کنترل که مختصات آنها در فضای زمین و عکس معلوم است، بر آنها برازش می‌دهد. اما خطای سیستماتیک، زمانی که از عوارض کنترلی خط برای حل مدل‌ها استفاده شده، بیشتر است و به نسبت وقتی که از عوارض نقطه‌ای به‌منزله عوارض کنترلی استفاده می‌شود،

۶- تقدیر و تشکر

نویسندگان این مقاله از سازمان نقشه‌برداری کشور، به دلیل در اختیار قرار دادن نقشه‌های ۱:۲۰۰۰ شهر ارومیه و همدان، سپاسگزارند.

۷- منابع

دادرس جوان، ف.، ۱۳۷۸، کاربرد مدل ریاضی افاین پروجکشن در تصحیح هندسی تصاویر ماهواره‌ای IRS-P5، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران، پردیس دانشکده‌های فنی، گروه مهندسی نقشه‌برداری و ژئوماتیک.

قادری، ق.، ۱۳۹۱، استفاده از عوارض خطی در تصحیح هندسی تصاویر هوایی یا ماهواره‌ای براساس توابع کسری، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده ژئودزی و ژئوماتیک، گروه فتوگرامتری و سنجش از دور.

میلان لک، ا.، ۱۳۷۸، ارزیابی مدل ریاضی DLT جهت تصحیح هندسی تصاویر ماهواره‌ای با آرایش خطی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده ژئودزی و ژئوماتیک، گروه فتوگرامتری و سنجش از دور.

یاوری، س.، ۱۳۹۴، زمین مرجع‌سازی اتوماتیک تصاویر با قدرت تفکیک بالای ماهواره‌ای با استفاده از مدل‌های ریاضی سه‌بعدی غیرپارامتریک، پایان‌نامه دکتری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده ژئودزی و ژئوماتیک، گروه فتوگرامتری و سنجش از دور.

یاوری، س.، ۱۳۸۵، تصحیح هندسی تصاویر ماهواره‌ای مخدوش‌شده با استفاده از مدل‌های ریاضی سه‌بعدی غیرپارامتریک، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده ژئودزی و ژئوماتیک، گروه فتوگرامتری و سنجش از دور.

بررسی نتایج نشان می‌دهد که، وقتی از عوارض کنترلی خط استفاده می‌شود، تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی برای داده اول و دوم، با تعداد عوارض کنترلی یکسان، بالاترین دقت را به دست می‌دهد. نکته مهم این است که، در داده نخست، ۸۱ خط کنترلی استخراج شده نیز به کار رفته است. ولی منطقه مورد بررسی دارای سه عارضه مجزا از هم شهری، کوهستانی و جنگلی است. توزیع بهتر عوارض کنترلی خط در داده دوم باعث شده است دقت نتایج، با تعداد عوارض کنترلی ۴۲، بیشتر از دقت نتایج داده اول، با استفاده از ۴۰ نقطه، باشد.

دقت نتایج نشان می‌دهد که، برای داده اول، تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی با استفاده از عوارض کنترلی نقطه، با ۱۵ نقطه کنترل و ۶۴ نقطه چک، بیشترین دقت و ترم $+XY$ از تابع رشنال با مخرج مساوی، با عوارض کنترلی خط دارای ۴۰ خط کنترل و ۶۴ نقطه چک، بیشترین دقت را دارند. برای داده دوم نیز، ترم $+XY$ از تابع رشنال با مخرج مساوی، با ۲۰ نقطه کنترلی و ۱۷ نقطه چک، و همین‌طور با استفاده از عوارض کنترلی خط، با ۴۲ خط کنترل و ۱۷ نقطه چک، دارای بیشترین دقت‌اند. توابع رشنال با مخرج مساوی و ۵۹ پارامتر مجهول نیز به صورت معمول حل شده است. با اضافه شدن ترم‌هایی دارای ضرایب بالا، دقت کاهش می‌یابد و تعداد کم عوارض کنترل دقت را به شدت کاهش می‌دهد.

۵- پیشنهادها

در این تحقیق، معادلات غیرپارامتریک همچون معادلات افاین سه‌بعدی، تابع رشنال درجه یک با مخرج‌های نامساوی، تابع رشنال با مخرج مساوی، معادلات DLT، SDLT و Pushbroom Projective با عوارض کنترلی نقطه و خط حل شده‌اند و تأثیر نوع عارضه در دقت و خطای سیستماتیک بررسی شده است. بر این اساس، پیشنهاد می‌شود که افزون بر این، اثر تلفیق عوارض کنترلی خط و نقطه در دقت و خطای سیستماتیک در معادلات غیرپارامتریک و مقایسه آن با دقت حاصل از معادلات پارامتریک نیز بررسی شود.

- Elaksher, A., 2011, **Potential of Using Automatically Extracted Straight Lines in Rectifying High Resolution Satellite Images**, ASPRS 2011 Annual Conference Milwaukee, Wisconsin, May 1–5, 2011.
- Fraser, C.S. & Yamakawa, T., 2004, **Insights into the Affine Model for High-Resolution Satellite Sensor Orientation**, ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing, 58(5), PP. 275–288.
- Gianinetto, M., Scaioni, M., Mondino, E.B. & Tonolo, F.G., 2004, **Satellite Images Geometric Correction Based on Non-Parametric Algorithms and Self-Extracted GCPs**, Geoscience and Remote Sensing Symposium, 20–24 Sept. 2004. IGARSS'04 Proceedings, IEEE International, 4, PP. 37755–3758.
- Goshtasby, A.A., 2005, **2-D and 3-D Image Registration for Medical, Remote Sensing, and Industrial Applications**, John Wiley & Sons, Inc, Hoboken, New Jersey, 255, PP. 43–60.
- Habib, A., Morgan, M., Kim, E.M. & Cheng, R., 2004, **Linear Features in Photogrammetric Activities**, XXth ISPRS Congress, Istanbul, Turkey, Automated Geo-Spatial Data Production and Updating, PP. 610, July 12–23, 2004.
- Hu, B., Zhang, Y. & Zhang, J., 2011, **Relative Orientation Based on Multi-Features**, INTERNATIONAL Society for Photogrammetry and Remote Sensing, Inc. (ISPRS). Published by Elsevier B.V.
- Hu, Y. & Tao, C.V., 2001, **A Comprehensive Study of the Rational Function Model for Photogrammetric Processing**, Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 67 (12), PP. 1347–1357.
- Kubik, K., 1991, **Relative and Absolute Orientation Based on Linear Features**, ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 46(4), PP. 199–204.
- Liew, L.H., Wang, Y.C. & Cheah, W.S., 2012, **Evaluation of Control Points Distribution on Distortions and Geometric Transformations for Aerial Images Rectification**, Procedia Engineering, 41, PP. 1002–1008.
- Li, Ch. & Shi, W., 2014, **The Generalized-Line-Based Iterative Transformation Model for Imagery Registration and Rectification**, IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 11 (8), PP. 1394–1398.
- Long, T. & Jiao, W., 2012, **The Geometric Correction Model Based on Areal Features for Multisource Images Rectification**, Chinese Academy of Sciences, XXII ISPRS Congress, Vol. XXXIX-B1, PP. 245–249
- Maras, E.E., 2015, **Improved Non-Parametric Geometric Corrections for Satellite Imagery Through Covariance Constraints**, Journal of the Indian Society of Remote Sensing, 43(1), PP. 19–26.
- Mulawa, D.C. & Mikhail, E.M., 1988, **Photogrammetric Treatment of Linear Features**, International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, 27(B3), PP. 383–393.
- Okamoto, A., Ono, T., Akamatsu, S., Fraser, C.S., Hattori, S. & Hasegawa, H., 1999. **The Geometric Characteristics of Six Alternative Triangulation Models for Satellite Imagery**, ASPRS Annual Conference, Portland, Oregon, May 17–21 (published on CD-ROM), PP. 64–72.
- Ramzi, A., Georgiev, N. & Nedkov, R., 2008, **Planimetric Accuracy of Orthorectified Quickbird Imagery Using Non-Parametric Sensor Models**, Fourth Scientific Conference with International Participation SPACE, Ecology, Nanotechnology, Safety, 4–7 June 2008, Varna, Bulgaria.
- Shaker, A., 2007, **Feature-Based Transformation Models for Satellite Image Orientation and Terrain Modeling**, Proceedings of the ASPRS 2007 Annual Conference, Tampa, Florida.
- Teo, T., 2013, **Line-Based Rational Function Model for High-Resolution Satellite Imagery**, International Journal of Remote Sensing, 34 (4), PP. 1355–1372.
- Toutin, T., 2004, **Review Article: Geometric Processing of Remote Sensing Images: Models, Algorithms and Methods**,

- International Journal of Remote Sensing, 25(10), PP. 1893–1924.
- Tommaselli, A.M.G. & Tozzi, C.L., 1996, **A Recursive Approach to Space Resection Using Straight Lines**, Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 62(1), PP. 57–65.
- Valadan Zoj, M.J. & Sadeghian, S., 2003, **Orbital Parameter Modeling Accuracy Testing of IKONOS Geo Image**, Photogrammetric Journal of Finland, 18 (2), PP. 70–80.
- Valadan Zoj, M.J., Mokhtarzade, M., Mansourian, A., Ebadi, H. & Sadeghian, S., 2007, **Rational Function Optimization Using Genetic Algorithms**, International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation, 9 (4), PP. 403–413.
- Valadan Zoj, M.J. & Sadeghian, S., 2003, **Rigorous and Non-Rigorous Photogrammetric Processing of IKONOS Geo image**, Proceedings of Joint Workshop of ISPRS Working groups I/2, I/5, IC WG II/IV, and EARSeL Special Interest Group: 3D remote sensing.
- Venkatesan, E. & Selvaragini, S., 2017, **A Study on the Geometric Correctin Using Satellite Images**, International Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol. 116, No. 16, PP. 471–477.
- Yavari, S., Valadan Zoj, M.J., Mokhtarzade, M. & Mohammadzadeh, A., 2012, **Comparison of Particle Swarm Optimization and Genetic Algorithm in Rational Function Model Optimization**, International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Vol. XXXIX-B1, 2012, XXII ISPRS Congress, 25 August – 01 September 2012, Melbourne, Australia.
- Yavari, S., Valadan Zoj, M.J., Mohammadzadeh, A. & Mokhtarzade, M., 2013, **Particle Swarm Optimization of RFM for Georeferencing of Satellite Images**, 21 May 2012, IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 10(1), PP. 135–139.
- Yavari, S., Valadan Zoj, M.J., Sahebi, M.R. & Mokhtarzade. M., 2016, **An Automatic Novel Structural Linear Feature-Based Matching Based on New Concepts of Mathematically Generated Lines and Points**, Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, Vol. 82(5), PP. 365–376.
- Zang, W., Lin, J., Zhang, B., Tao, H. & Wang, Z., 2011, **Line-Based Registration for UAV Remote Sensing Imagery of Wide-Spanning River Basin**, 19th International Conference on Geoinformatics, Geoinformatics, 2011 19th International Conference on, IEEE.
- Zhang, Z. & Zhang J., 2004, **Generalized Point Photogrammetry and its Application**, Proceedings of The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Istanbul, Turkey, 2–23 july 2004, 35(B/5), PP. 77–81.
- Zhao, Z., Ye, D., Zhang, X., Chen, G., Chen, B., Zhang, B., 2016, **Improved Direct Linear Transformation for Parameter Decoupling in Camera Calibration**, licensee MDPI, Basel, Switzerland, Algorithms Journal, 9(2).
- Zhang, Z., Zhang, Y., Zhang, J. & Zhang, H., 2008, **Photogrammetric Modeling of Linear Features with Generalized Point Photogrammetry**, Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 74(9), PP. 1119–1127.
- Zitova, B. & Flusser, J., 2003, **Image Registration Methods a Survey**, Image and Vision Computing, 21(11), PP. 977–1000.